1. 다음 중 옳은 것은?

① 제곱근 6 과 6 의 제곱근은 같다.

② 1 의 제곱근은 1 개이다.

③ 음수의 제곱근은 존재한다.

④ $(-4)^2$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

⑤ 7 의 제곱근은 $\sqrt{7}$ 이다.

해설

① (제곱근 6) $= \sqrt{6}$
② 1 의 제곱근은 ± 1 이다.
③ 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
⑤ 7 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$ 이다.

2. 16 의 제곱근 중 작은 수와 121 의 제곱근 중 큰 수의 합을 구하면?

① -7 ② 4 ③ 7 ④ 15 ⑤ 20

해설

16 의 제곱근은 ±4 이고 121 의 제곱근은 ±11 이다. 16 의 제곱근 중 작은 수는 -4 이고 121 의 제곱근 중 큰 수는 11 이다. $11-4$ 는 7 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{16} = \pm\sqrt{4}$

② $\sqrt{81}$ 의 제곱근은 ± 3 이다.

③ 9 의 제곱근은 3 이다.

④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

⑤ 모든 양수의 제곱근은 2 개이다.

해설

① $\sqrt{16} = 4$

③ 9 의 제곱근은 ± 3

4. $(-4)^2$ 의 양의 제곱근을 a, $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -12$

해설

$(-4)^2 = 16 = (\pm 4)^2$

$\therefore\ a = +4$

$\sqrt{81} = 9 = (\pm 3)^2$

$\therefore\ b = -3$

$\therefore\ ab = (+4) \times (-3) = -12$

5. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

0, $\sqrt{2}$, $\sqrt{1}$, $-\sqrt{0.02}$, $\sqrt{0.003}$, $\sqrt{\frac{121}{100}}$

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

0, $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{\frac{121}{100}}=\frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

6. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} = a - a - a = -a$

7. $a < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-\sqrt{(-a)^2} = -a$ ② $-\sqrt{-a^2} = -a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$ ④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

⑤ $\sqrt{a^2} = a$

해설

$a < 0$ 인 경우, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

①$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

③ a

⑤ $-a$

8. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(\sqrt{9a})^2 = 9a$
② $-(-\sqrt{3a})^2 = 3a$
③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$
④ $-\sqrt{4a^2} = -4a$
⑤ $\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

해설

② $-(-\sqrt{3a})^2 = -3a$
③ $\sqrt{(-a)^2} = a$
④ $-\sqrt{4a^2} = -2a$
⑤ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

9. $a > 0,\ b > 0$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$

② $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$

③ $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

④ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{a+b}$

⑤ $a > b$ 이면 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

해설

$\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

10. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{a^2} = -a$	㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -3a$
㉢ $-\sqrt{4a^2} = 2a$	㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -\sqrt{9a^2} = -3|a| = 3a$

㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -5|a| = 5a$

11. 다음 중 옳은 것은?

① $a<0$ 이면 $\sqrt{a^2}=a$

② $a<b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2}=a-b$

③ 음수의 제곱근은 음수이다.

④ 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2}=-5$

해설

① $a<0$ 이면 $\sqrt{a^2}=-a$
② $a<b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)=b-a$
③ 음수의 제곱근은 없다.
⑤ $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=5$

12. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.
$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0$, $b>0$ 이다.
$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$
$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$
$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$
따라서
$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
$=-a+b-(-a)+b$
$=2b$

13. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - |b| + \sqrt{(a-b)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0　　② $2a$　　③ $2b$

④ $a - b$　　⑤ $2a - 2b$

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$

$a > 0,\ b < 0$ 이므로 $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$

$\therefore$ (준식) $= a + b + a - b = 2a$

14. $\sqrt{2\times3\times7^2\times a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하면?

① 2　② 3　③ 6　④ 7　⑤ 42

해설

$\sqrt{294a} = \sqrt{2\times3\times7^2\times a}$ 이 정수가 되기 위해서는 근호안의 수가 완전제곱수가 되어야 하므로 $a = 2\times3\times k^2$ 이 되어야 한다.
$\therefore$ 가장 작은 자연수 a는 $k = 1$ 일 때이므로 $a = 2\times3\times1^2 = 6$

15. $\sqrt{60a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{60a}$ 가 정수가 되기 위해서는 어떤 정수의 제곱이 되어야 한다.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5 = 15$ 이다.

16. $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 825

해설

$135 = 3^3 \times 5 = 3^2 \times 15$

$\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되려면

$a = 15 \times$ (제곱수) 이어야 한다.

$15 \times 4 = 60,\ 15 \times 9 = 135,\ \ldots$

$15 \times 49 = 735,\ 15 \times 64 = 960$

$\therefore\ 960 - 135 = 825$

17. $\sqrt{\dfrac{756}{x}}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 작은 수는?

① 3 ② 6 ③ 7 ④ 21 ⑤ 42

해설

$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ 이므로 $\sqrt{\dfrac{2^2 \times 3^3 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되기 위한 자연수 중 가장 작은 값 $x = 3 \times 7 = 21$ 이다.

18. $\sqrt{9x}+\sqrt{48y}$ 가 가장 작은 자연수가 되게 하는 자연수 x 와 y 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=4$

해설

$\sqrt{9x}+\sqrt{48y}=\sqrt{3^2x}+\sqrt{2^4\times3\times y}$

$x=1,\ y=3$

$\therefore\ x+y=4$

19. n이 자연수이고 $1 < n < 30$ 일 때, $\sqrt{4n}$ 이 자연수가 되도록 하는 n의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 4개

해설

$4n = 2^2 \times n$ 이므로
$n = 2^2,\ 3^2,\ 2^4,\ 5^2,\ 2^2 \times 3^2 \cdots$ 이 있다.
$1 < n < 30$ 라고 하였으므로,
$n = 2^2,\ 3^2,\ 2^4,\ 5^2$ 4개이다.

20. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2　　② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$　　③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$　　⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

21. $2 \le \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \le \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \le 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \le x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

22. 부등식 $\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5 \Rightarrow \frac{1}{6} < \sqrt{x} < \frac{5}{3}$

$\Rightarrow \frac{1}{36} < x < \frac{25}{9}$ $\therefore x = 1,\ 2$

23. $5 < \sqrt{4n} < 6$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

$5 < \sqrt{4n} < 6 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{4n} < \sqrt{36}$

$\frac{25}{4} < n < 9 \therefore n = 7,\ 8$

24. 다음 ㉠, ㉡을 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

> ㉠ $3 < \sqrt{n} < 4$
> ㉡ $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되는 n

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 12$

해설

㉠ $3 < \sqrt{n} < 4$
$9 < n < 16$
$n = 10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15$
㉡ $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되려면
$n = 12$

25. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x의 값을 모두 구한 것은?

$3 < \sqrt{2x} < 5, \ \sqrt{50} < x < \sqrt{110}$

① 7, 8　　② 7, 8, 9　　③ 8, 9
④ 8, 9, 10　　⑤ 9, 10

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{2x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는
$x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ 이다.
$\sqrt{50} < \sqrt{x^2} < \sqrt{110}$ 을 만족하는
$x = 8, 9, 10$ 이다.

26. $\sqrt{3x-1} \leq 2$ 일 때, 만족하는 정수 x 값의 개수를 구하여라.

▶ 답: ＿＿＿＿＿＿ 개

▷ 정답: 1 개

해설

$\sqrt{3x-1} \leq 2$, $0 \leq 3x-1 \leq 4$, $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$

따라서, 만족하는 정수 x 의 값은 1 의 1 개뿐이다.

27. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면, $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값은?

① -10　② 14　③ 16　④ 19　⑤ 25

해설

$\sqrt{1} = 1,\ \sqrt{4} = 2,\ \sqrt{9} = 3$ 이므로
$N(1) = N(2) = N(3) = 1$
$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$
$N(9) = N(10) = 3$
$\therefore 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

28. 다음 중 유리수가 아닌 수는?

① $(-\sqrt{0.3})^2$　② $-\sqrt{1}$　③ $\sqrt{3.\dot{9}}$
④ $\sqrt{\left(-\frac{2}{7}\right)^2}$　⑤ $\sqrt{6}-\sqrt{4}$

해설

①$(-\sqrt{0.3})^2=0.3$ ②$-\sqrt{1}=-1$
③ $\sqrt{3.\dot{9}}=\sqrt{\frac{36}{9}}=\sqrt{4}=2$ ④$\frac{2}{7}$

29. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ a가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
㉡ $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.
㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n이 소수일 때이다.

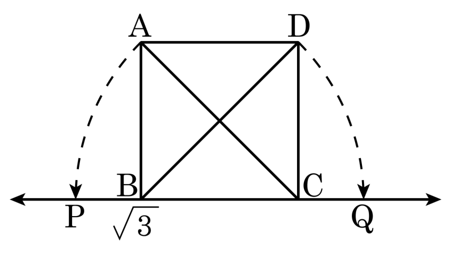
▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6 은 소수가 아니다.

30. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



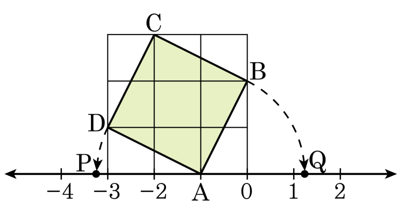
① $2\sqrt{3}$　② $-1+2\sqrt{2}$　③ $-1+2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$　⑤ $1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 C($\sqrt{3}+1$) 이다.
정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
따라서 점 P 의 좌표는 P($\sqrt{3}+1-\sqrt{2}$) 이다.

31. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q 에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p-q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



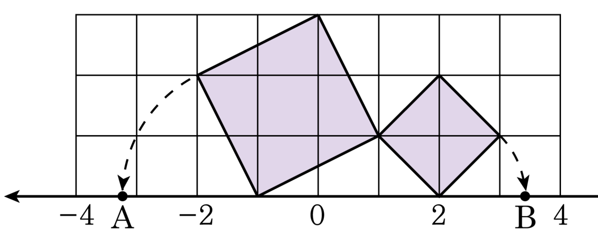
▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

□ABCD 의 면적이 5 이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.
$p=-1-\sqrt{5}$, $q=-1+\sqrt{5}$
$\therefore\ p-q=-1-\sqrt{5}+1-\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$ 이므로
$a+b=3$ 이다.

32. 다음 수직선에서 두 점 A, B 에 대응하는 점을 각각 바르게 나타낸 것은?



① A $\left(-1-\sqrt{5}\right)$, B $\left(2-\sqrt{2}\right)$
② A $\left(-1+\sqrt{5}\right)$, B $\left(2+\sqrt{2}\right)$
③ A $\left(-1-\sqrt{5}\right)$, B $\left(2+\sqrt{2}\right)$
④ A $\left(-1+\sqrt{5}\right)$, B $\left(2-\sqrt{2}\right)$
⑤ A $\left(-1-\sqrt{7}\right)$, B $\left(2+\sqrt{2}\right)$

해설

(큰 정사각형의 넓이)$= 3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$

(한 변의 길이)$=\sqrt{5}$

$\therefore$ A$(-1-\sqrt{5})$

(작은 정사각형의 넓이)$=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

한 변의 길이$=\sqrt{2}$

$\therefore$ B$(2+\sqrt{2})$

33. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.
㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.
㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.
㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.
㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

① 7 개 ② 6 개 ③ 5 개 ④ 4 개 ⑤ 3 개

해설

㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$의 3 개의 정수가 있다.
㉥ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$은 유리수이다.

34. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

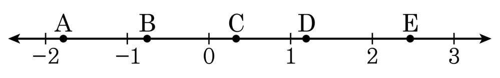
$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0$ 이므로 $a < b$

$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27} > 0$ 이므로 $b > c$

$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0$ 이므로 $a > c$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

35. 다음 수직선에서 $3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은?



① A　　② B　　③ C　　④ D　　⑤ E

해설

$\sqrt{16} < 3\sqrt{2} < \sqrt{25}$ 에서
$4 < 3\sqrt{2} < 5$ 이므로 $-1 < 3\sqrt{2}-5 < 0$ 이다.
$\therefore 3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은 점 B 이다.