

1. 24를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개      ② 6 개      ③ 7 개      ④ 8 개      ⑤ 9 개

해설

어떤 수를 나누어 떨어지게 하는 수를 그 어떤 수의 약수라 한다.  
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

2.  $n$  이 자연수일 때,  $\frac{18}{n}$  도 자연수가 된다. 이러한  $n$  의 값의 합은?

- ① 20      ② 21      ③ 33      ④ 39      ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.  
따라서  $n$ 의 값의 합은  $1 + 2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 39$

3. 300 에 가장 가까운 11 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 297

해설

$11 \times 27 = 297$ ,  $11 \times 28 = 308$  이므로 300 에 가장 가까운 배수는 297 이다.

4. 네 자리의 정수  $41\square 2$  가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록  $\square$  안에 알맞은 수는?

① 1              ② 2              ③ 3              ④ 4              ⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로  $41\square 2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$  에서  $\square$  안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.

4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로  $41\square 2 \Rightarrow \square 2$  에서

$\square$  안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.

따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.



5. 숫자 카드 1, 3, 5, 7, 9 중에서 3 장을 골라 세 자리 수를 만들 때, 만든 수 중 3의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                      3   개

▷ 정답 : 24개

해설

3의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 3의 배수이다.  
1, 3, 5, 7, 9로 만든 세 수를 더하여 3의 배수의 되는 조합은,  
(1, 3, 5), (1, 5, 9), (3, 5, 7), (5, 7, 9)이다.  
∴ 3의 배수의 개수 =  $3 \times 2 \times 1 \times 4 = 24$ (개)

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

①  $8000 = 8 + 10^3$

②  $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③  $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④  $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤  $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

①  $8000 = 8 \times 10^3$

③  $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④  $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤  $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

7. 다음 중 옳은 것은?

①  $2^3 = 6$

②  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③  $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④  $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

①  $2^3 = 8$

②  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④  $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

8.  $x = 5^{15} + 1$ ,  $y = 2^{13} + 1$  일 때  $xy$ 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$   
이 때  $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$  이므로  
 $5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.  
 $5^{15} \times 2^{13} = 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2$   
 $= (5 \times 2)^{13} \times 25$   
 $= 10^{13} \times 25$   
따라서  $xy$ 는 15 자리의 수이다.



9. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0 은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4 개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1 과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 161 은 소수가 아니다.
- ② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- ④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

- ② 자연수 1은 약수가 1개이다.
- ④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

11. 다음 네 장의 숫자 카드 중에서 2 장을 골라 만들 수 있는 두 자리 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 :                    개

▷ 정답 : 5 개

해설

2 를 제외한 소수는 홀수이므로 먼저 홀수를 만들어보면  
13, 21, 23, 31, 41, 43이다.  
 $21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.  
 $\therefore$  13, 23, 31, 41, 43의 5 개이다.

12. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

①  $2^3 \times 6 \times 7$

②  $2^2 \times 3 \times 7^2$

③  $2^4 \times 3 \times 7$

④  $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤  $4^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 336}$$

$$2 \overline{) 168}$$

$$2 \overline{) 84}$$

$$2 \overline{) 42}$$

$$3 \overline{) 21}$$

$$7$$

$$336 = 2^4 \times 3 \times 7$$



13. 2160 를 소인수분해하면  $a^x \times b^y \times c^z$  이다.  $z < y < x$  일 때,  $a + b + c - (x + y + z)$  의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$  이므로  $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$  이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

14. 9000 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$9000 = 2^3 \times 3^2 \times 5^3$  에서 소인수는 2, 3, 5 이므로 합은  $2+3+5 = 10$

15. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③  $2 \times 3^2$

④  $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤  $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

16. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$  이므로  $2^4 \times 3 \times \square$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한  $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.



17. 75 에 가능한 한 작은 자연수  $x$ 로 나누어서 어떤 자연수  $y$  의 제곱이 되게 하려고 한다.  $y$ 의 값은?

① 1                      ② 3                      ③ 5                      ④ 9                      ⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$  이므로  $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$  을 만족하는  $x$  의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서  $y = 5$  이다.

18. 588 을 588 보다 작은 자연수  $a$  로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수  $b$  가 되었다. 가능한  $b$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

$a$  는 3,  $2^2 \times 3$ ,  $3 \times 7^2$  이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로  $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$  일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

19. 120 에 자연수  $x$  를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.  
다음 중  $x$  의 값이 될 수 없는 것은?

①  $2 \times 3 \times 5$

②  $2^3 \times 3 \times 5$

③  $2 \times 3^3 \times 5$

④  $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤  $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$  은 2<sup>2</sup> 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

20.  $540 \times a = b^2$  일 때,  $a$ 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단,  $a, b$ 는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$  이므로 곱할 수 있는 수는  
 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.  
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는  
 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,  
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는  
 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.



21. 자연수  $a$  에 대하여  $P(a)$  는  $a$  의 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, 소인수분해를 이용하여  $P(P(525))$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$525 = 3 \times 5^2 \times 7$  이므로

$P(525) = (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 12$  ,

$12 = 2^2 \times 3$  이므로

$P(P(525)) = P(12) = (2 + 1) \times (1 + 1) = 6$

22. 360의 약수의 개수와  $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 자연수)

① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$  이므로 약수의 개수가 같기 위해서는  $a = 2$ ,  $b = 1$  또는  $a = 1, b = 2$  이다.  
 $\therefore a + b = 3$

23.  $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때,  $A$ 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

16을 소인수분해하면  $16 = 2^4$ 이다.  $A = a^x$ 라고 하면  $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는  $(4 + 1) \times (x + 1) = 10$  (개)이므로  $x + 1 = 2$ ,  $x = 1$ 이다.

한편  $a = 2$ 이면  $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는  $5 + 1 = 6$  (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서  $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로  $a = 3$ ,  $x = 1$ 이다. 따라서  $A$ 의 값은 3이다.

24. 1188 의 약수 중에서 11 과 서로소인 약수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 280

해설

$$1188 = 11 \times 108 = 11 \times 4 \times 27 = 2^2 \times 3^3 \times 11$$

11 과 서로소인 약수는 1188 의 약수 중 인수가 2 와 3 으로 이루어진 수이다.

→ 즉,  $2^2 \times 3^3$  의 약수이다.

$$\therefore (11 \text{ 과 서로소인 약수들의 총합}) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 27 + 36 + 54 + 108 = 280$$



25. 두 수  $2^4 \times 5^4$ ,  $2^3 \times 5^m \times 7$  의 최대공약수가  $2^3 \times 5^3$  일 때,  $m$  의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

최대공약수가  $2^3 \times 5^3$  이고  
 $2^4 \times 5^4$  에서 5 의 지수가 4 이므로  
 $2^3 \times 5^m \times 7$  에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.  
따라서  $m = 3$

26. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

27. 세 수  $2^2 \times 3^3 \times 5$ ,  $2^3 \times 3 \times 5^2$ ,  $2^3 \times 3^2 \times 7$  의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                           개

▷ 정답 : 6 개

해설

세 수의 최대공약수는  $2^2 \times 3$  이므로  
공약수의 개수는  $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$  (개)

28. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를  $a$ 개라 할 때  $a$ 의 약수의 개수는?

① 2      ② 3      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를  $a$ 라 할 때  $a$ 의 약수의 개수는  $2^2 = (2 + 1) = 3$



29. 두 수  $2 \times 3^2$ ,  $3 \times 5^2$  의 최소공배수는?

①  $2^2 \times 5$

②  $2^3 \times 3$

③  $2 \times 3 \times 5$

④  $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤  $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

$2 \times 3^2$ ,  $3 \times 5^2$   
최소공배수는  $2 \times 3^2 \times 5^2$  이다.

30. 두 자연수  $6 \times x$ ,  $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수  $x$ 의 값은?

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{l} 6 \times x = 2 \times 3 \times x \\ 6 \times x = 2^3 \times 3 \times x \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \textcircled{1} \\ 24 \times x = 216 \\ x = 216 \div 24 = 9 \end{array}$$

31. 1에서 100까지의 자연수 중 2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 2와 5의 공배수와 같다.  
100 이하의 2와 5의 공배수를 구하면 0, 20, 30,  $\dots$  100로 총 10개이다.

32. 세 자연수  $5 \times a$ ,  $6 \times a$ ,  $9 \times a$  의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

① 8

② 9

③ 15

④ 24

⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는  $a$  이고,  
 $5 \times a$ ,  $2 \times 3 \times a$ ,  $3^2 \times a$  의 최소공배수는  
 $2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$  이다.  
따라서  $a = 3^2 = 9$  이다.



33. 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 9로 나누면 7이 남는 자연수 중에서 400에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 430

해설

구하는 수는 (6, 8, 9의 공배수)-2의 꼴이므로  
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.  
72의 배수 중 400에 가장 가까운 수는 432이다.  
따라서 구하는 수는  $432 - 2 = 430$ 이다.

34. 두 수  $A = 2^a \times 3^2 \times 5$ ,  $B = 2^4 \times 3^b$  의 최대공약수는  $2^2 \times 3^2$  이고  
최소공배수는  $2^4 \times 3^3 \times 5$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

35. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67      ② 99      ③ 100      ④ 101      ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는  $100 - 33 = 67$ ,  
4의 배수의 갯수는  $75 - 24 = 51$ ,  
12의 배수의 갯수는  $25 - 8 = 17$   
따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는  
 $201 - (67 + 51 - 17) = 100$