

1. 두 이차방정식 $x^2 + 3\sqrt{3}x - a = 0$ 과 $x^2 - 2\sqrt{3}x + b = 0$ 이 모두 $\sqrt{3}$ 을 근으로 가질 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$x = \sqrt{3}$ 을 두 방정식에 각각 대입하면
 $3 + 9 - a = 0 \therefore a = 12$
 $3 - 6 + b = 0 \therefore b = 3$
 $\therefore ab = 36$

2. 이차방정식 $2(x-1)^2 = 6$ 의 두 근의 합은?

① -10

② $-2\sqrt{3}$

③ -2

④ 2

⑤ 4

해설

$$2(x-1)^2 - 6 = 0$$

$$(x-1)^2 = 3$$

$$x = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) = 2$$

3. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$ ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$ ⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

4. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

5. 이차방정식 $x^2 + bx + a + 1 = 0$ 의 근이 $-4, -1$ 일 때, $ax^2 - bx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 근이 $-4, -1$ 이므로

$$(x+4)(x+1) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \text{에서}$$

$$a = 3, b = 5$$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

6. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

- ㉠ $2x^2 - 5 = x^2$
- ㉡ $x^2 = -x + 2$
- ㉢ $x^2 = 0$
- ㉣ $x^2 = (x-1)^2 + x^2$
- ㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$
- ㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식) $= 0$ 꼴의 등식이다.
∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ 5개

7. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$

② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$

④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

② $3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$

$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$

$3(x-1)^2 = 8$

$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$

8. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 - kx + k - 1 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, 모든 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면
 $\alpha + \alpha + 3 = k, \alpha(\alpha + 3) = k - 1$
 $2\alpha = k - 3, \alpha = \frac{k-3}{2}$ 이므로
 $\frac{k-3}{2} \left(\frac{k-3}{2} + 3 \right) = k - 1$
 $(k-3)(k+3) = 4k - 4$
 $k^2 - 4k - 5 = 0$
 $(k-5)(k+1) = 0$
 $\therefore k = 5, -1$
 $\therefore 5 + (-1) = 4$

10. x^2 의 계수가 3인 이차방정식이 있다. x 의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와 $-\frac{1}{3}$ 이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3(x-1)(x-2) = 0 \text{에서 } 3x^2 - 9x + 6 = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$3(x-4)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0 \text{에서 } 3x^2 - 11x - 4 = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠에서 x 의 계수를 바꾸었고 ㉡에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$$3x^2 - 11x + 6 = (x-3)(3x-2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 큰 근은 $x = 3$ 이다.

11. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\alpha^3 + 2\alpha^2 &= \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha \\ \therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} &= \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10\end{aligned}$$

12. $x^2 - 5x - 14 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 $x^2 + 3x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -70

해설

$x^2 - 5x - 14 = 0$, $(x - 7)(x + 2) = 0$,
 $x = 7$ 또는 $x = -2$ 에서 큰 근
 $x = 7$ 이 $x^2 + 3x + k = 0$ 의 근이므로 $49 + 21 + k = 0$,
 $\therefore k = -70$

13. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 5 ③ 13 ④ -1 ⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

15. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$$25t - 5t^2 = 20$$

$$5t^2 - 25t + 20 = 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t-4)(t-1) = 0$$

$$\therefore t = 1, 4$$

$$\therefore A = 4 - 1 = 3 \text{ (초)}$$