

1. 이차방정식 $2x^2 + (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

① $-1 \pm \sqrt{2}$

② $1 \pm \sqrt{2}$

③ $-2 \pm \sqrt{2}$

④ $-1 \pm 2\sqrt{2}$

⑤ $-2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때

$2x^2 + (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $D = 0$

$$D = (k+2)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 0$$

$$(k+2)^2 = 8, k+2 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore k = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

2. 이차방정식 $2x^2 - x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha + \beta) \times (\alpha\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 에서 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로 $\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \alpha\beta = 2$ 이다.

$$\therefore (\alpha + \beta) \times (\alpha\beta) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

3. 이차방정식 $3(x+3)^2 = 8$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 18

② 6

③ 0

④ -3

⑤ -6

해설

$$3(x+3)^2 = 8, (x+3)^2 = \frac{8}{3}$$

$$x+3 = \pm \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = -3 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \left(-3 + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) + \left(-3 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = -6$$

4. 다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

① $(x-3)^2 = 0$

② $x^2 - 4 = 0$

③ $x^2 + 6x + 9 = 0$

④ $(2x-1)^2 = 16$

⑤ $(x+6)(x-6) = 9$

해설

① $x = 3$

② $x = \pm 2$

③ $x = -3$

④ $x = \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \pm 3\sqrt{5}$

5. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

$$2x^2 + 6x + 10 = 0$$

① $\frac{3}{5}$

② 3

③ $-\frac{3}{5}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{3}{5}$$

6. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값이 옳지 않은 것은?

① $x^2 - 8x + k = 0 : k = 16$

② $x^2 + 12x + k = 0 : k = 36$

③ $x^2 + kx + 1 = 0 : k = \pm 2$

④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = -3$

⑤ $4x^2 + 8x + k = 0 : k = 4$

해설

④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = \pm 6$

7. 이차방정식 $(x + a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x + a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

8. 이차방정식 $x^2+6x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $2x^2+ax-a=0$ 의 근을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$

▷ 정답: $x = 3$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 3^2 + a = 0, a = -9$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x-3)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

9. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

두 방정식에 각각 $x = a$, $x = b$ 를 대입하면

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서 } a^2 - 3a = -1$$

$$b^2 - 2b - 7 = 0 \text{에서 } b^2 - 2b = 7$$

$$\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$$