1. x 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다. x의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $x = 3$

해설

제곱근의 값이 $+\sqrt{3}, \ -\sqrt{3}$
2 개이므로 x 는 양수이고, $\pm\sqrt{3}$ 를 제곱한 값 $x = 3$ 이다.

2. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{48}$$

① $-\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{48} &= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

3. $\dfrac{6}{\sqrt{12}} + \sqrt{48} \times (-\sqrt{3})^2$ 을 간단히 나타내면?

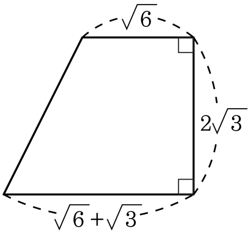
① $11\sqrt{3}$　② $13\sqrt{3}$　③ $15\sqrt{3}$

④ $-13\sqrt{3}$　⑤ $-15\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{6}{\sqrt{12}} + \sqrt{48} \times (-\sqrt{3})^2 &= \frac{6}{2\sqrt{3}} + 4\sqrt{3} \times (-\sqrt{3})^2 \\ &= \frac{3}{\sqrt{3}} + 4\sqrt{3} \times 3 \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{3} + 12\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} + 12\sqrt{3} \\ &= 13\sqrt{3}\end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는?



① $2\sqrt{6}+3$
② $3\sqrt{6}+3$
③ $4\sqrt{2}+3$
④ $5\sqrt{2}+3$
⑤ $6\sqrt{2}+3$

해설

$$(\text{사다리꼴의넓이}) = (\text{윗변} + \text{아랫변}) \times (\text{높이}) \times \frac{1}{2}$$

$$(\sqrt{6}+\sqrt{6}+\sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = (2\sqrt{6}+\sqrt{3})\sqrt{3} = 6\sqrt{2}+3$$

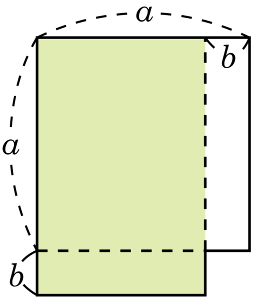
5. $3 < \sqrt{x} \leq 4$를 만족하는 자연수 x의 개수는?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$3 < \sqrt{x} \leq 4$ 의 각 변을 제곱하면 $9 < x \leq 16$
따라서, 부등식을 만족하는 자연수 x 는
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 총 7 개이다.

6. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① $a^2 - 2ab + b^2$　② $a^2 - b^2$　③ $a^2 + b^2$

④ $a^2 + 2ab + b^2$　⑤ $a^2 + 2ab$

해설

색칠한 부분의 직사각형의 가로의 길이는 $a-b$, 세로의 길이는 $a+b$ 이므로 넓이는 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

7. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. ( )안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$x(x+2)(x+4)(x+6)+16$$
$$= x(①) \times (x+2)(②) + 16$$
$$= (x^2+6x)(③) + 16$$
(④) $= A$ 라 하면
$$A^2+8A+16 = (A+4)^2 = (⑤)^2$$

① $x+5$ ② $x+3$ ③ x^2+4x+8
④ x^2+6x ⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$
② $x+4$
③ x^2+6x+8
⑤ x^2+6x+4

8. $x^2+y^2-4-2xy$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

① $x-y-2$　② $x-y-4$　③ $x+y-2$

④ $x-y+4$　⑤ $x+y+2$

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2-4-2xy &= (x-y)^2-2^2 \\ &= (x-y+2)(x-y-2) \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $3x^2-6x-2=0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x=\dfrac{3\pm\sqrt{15}}{3}$ ② $x=\dfrac{3+\sqrt{15}}{3}$ ③ $x=\dfrac{3\pm\sqrt{3}}{3}$

④ $x=\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times(-2)}}{3}=\frac{3\pm\sqrt{15}}{3}$$

$\therefore\ 3<\sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\dfrac{3+\sqrt{15}}{3}$

10. 이차방정식 $x^2 - 5x + a = 0$ 의 한 근이 2 이고, 다른 한 근이 $2x^2 - bx + 36 = 0$ 의 한 근일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = 2$ 를 $x^2 - 5x + a = 0$ 에 대입하면
$4 - 10 + a = 0,\ a = 6$ 이다.
$x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$
$x = 3$ 을 $2x^2 - bx + 36 = 0$ 에 대입하면
$b = 18$ 이다.
따라서 $b - a = 18 - 6 = 12$ 이다.

11. 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

① $\left(\sqrt{13}\right)^2 + \left(-\sqrt{4}\right)^2 = 17$　　② $\left(-\sqrt{2}\right)^2 - \left(-\sqrt{5}\right)^2 = 3$

③ $\left(\sqrt{5}\right)^2 \times \left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 = 1$　　④ $\sqrt{(-7)^2} \times \sqrt{(-6)^2} = 42$

⑤ $\sqrt{12^2} \div \sqrt{(-4)^2} = 3$

해설

② $\left(-\sqrt{2}\right)^2 - \left(-\sqrt{5}\right)^2 = 2 - 5 = -3$

12. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(2-a)^2} - \sqrt{4(a-1)^2}$ 을 계산하면?

① a ② $3a-2$ ③ $-3a+4$

④ $-5a+3$ ⑤ $a-3$

해설

$0 < a < 1$ 일 때, $1 < 2-a < 2$, $-1 < a-1 < 0$ 이므로

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= |2-a| - \left|2(a-1)\right| \\
&= (2-a) - \left\{-2(a-1)\right\} \\
&= 2-a+2a-2 \\
&= a
\end{aligned}
$$

13. 부등식 $\sqrt{5} < 2x - 1 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하면?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

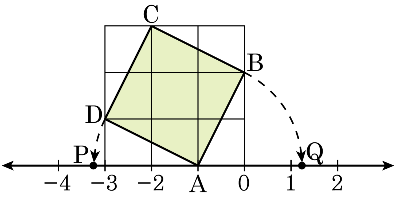
해설

$(\sqrt{5} + 1) \div 2 < x < (\sqrt{27} + 1) \div 2$

$1.\times\times\times < x < 3.\times\times\times$

$\therefore x = 2, 3$

14. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q 에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p-q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

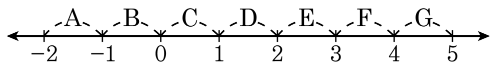
□ABCD 의 면적이 5 이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.

$p=-1-\sqrt{5}$, $q=-1+\sqrt{5}$

$\therefore\ p-q=-1-\sqrt{5}+1-\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$ 이므로

$a+b=3$ 이다.

15. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?



① $1-\sqrt{2}$: B ② $1+\sqrt{2}$: E ③ $2+\sqrt{5}$: G

④ $2-\sqrt{3}$: C ⑤ $\sqrt{5}-4$: D

해설

① $-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}$

$1-\sqrt{4}<1-\sqrt{2}<1-\sqrt{1}$

$\therefore -1<1-\sqrt{2}<0$: B

② $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$

$1+\sqrt{1}<1+\sqrt{2}<1+\sqrt{4}$

$\therefore 2<1+\sqrt{2}<3$: E

③ $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$

$2+\sqrt{4}<2+\sqrt{5}<2+\sqrt{9}$

$\therefore 4<2+\sqrt{5}<5$: G

④ $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}<-\sqrt{1}$

$2-\sqrt{4}<2-\sqrt{3}<2-\sqrt{1}$

$\therefore 0<2-\sqrt{3}<1$: C

⑤ $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$

$\sqrt{4}-4<\sqrt{5}-4<\sqrt{9}-4$

$\therefore -2<\sqrt{5}-4<-1$: A

16. $\frac{4}{25}ax^2-2ax+\frac{25}{4}a$ 를 인수분해했을 때 인수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{2}{5}ax-\frac{5}{2}$ ② a ③ $\left(\frac{2}{5}x-\frac{5}{2}\right)^2$

④ $\frac{2}{5}x-\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{2}{5}a-\frac{5}{2}$

해설

$$\frac{4}{25}ax^2-2ax+\frac{25}{4}a=a\left(\frac{2}{5}x-\frac{5}{2}\right)^2$$

17. $(a+b)(a+b+3)+2$ 를 인수분해했을 때, 옳은 것은?

① $(a-b+1)(a-b+2)$
② $(a+b+1)(a+b+2)$
③ $(a-b+1)(a+b+2)$
④ $(a-b-1)(a-b-2)$
⑤ $(a+b-1)(a+b-2)$

해설

$a+b=A$ 로 치환하면

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= A(A+3)+2 \\
&= A^2+3A+2 \\
&= (A+1)(A+2) \\
&= (a+b+1)(a+b+2)
\end{aligned}
$$

18. 다음 중 x^8-1 의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$　　② x^2-1　　③ x^4-1

④ x^6-1　　⑤ x^8-1

해설

$x^8-1=(x^4-1)(x^4+1)$

$=(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)$

$=(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$

19. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x - 8$ 의 값은?

① -9 ② -8 ③ -7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$x - 1 = \sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 8 &= (x-1)^2 - 9 \\ &= (\sqrt{2})^2 - 9 \\ &= 2 - 9 \\ &= -7 \end{aligned}$$

20. x 의 값의 범위가 $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 이고 , x 는 정수일 때, 이차방정식 $x^2-5x+6=0$ 의 해를 $a,\ b$ 라 하고, $x^2-3x+2=0$ 의 해를 $m,\ n$ 이라 할 때, $ab-(m+n)$ 을 구하면?

① 3 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

x 에 0, 1, 2, 3, 4 를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.
$x^2-5x+6=0$ 에 대입하여 성립하는 것은 2, 3 이므로 $ab=6$ 이다. $x^2-3x+2=0$ 에 대입하여 성립하는 것은 1, 2 이므로 $m+n=3$ 이다.
따라서 $ab-(m+n)=6-3=3$ 이다.

21. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(2x-3)^2 = (2x+1)(x-9)+25$$

① $x=-1$ 또는 $x=7$

② $x=-1$ 또는 $x=-7$

③ $x=1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

④ $x=1$ 또는 $x=-\frac{7}{2}$

⑤ $x=3$ 또는 $x=5$

해설

전개해서 정리하면 $2x^2+5x-7=0$

$(2x+7)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=1$

22. 이차방정식 $-3(x+b)^2=0$ 의 근의 개수가 m 개이고 근이 $m+2$ 일 때, b 의 값은?

① -4　② -3　③ -2　④ -1　⑤ 0

해설

$-3(x+b)^2=0$ 은 $x=-b$ 의 중근이므로 근의 개수 $m=1$ 이다.
근이 $m+2=1+2=3$ 이므로 $b=-3$ 이다.

23. 길이가 34cm 인 철사로 넓이가 72cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로의 길이가 세로의 길이보다 짧을 때, 이 직사각형의 세로의 길이는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

세로의 길이를 $x$cm라 하면 가로의 길이는 $(17-x)$ cm

또, (가로의 길이) <(세로의 길이)이므로 $x > 17 - x$, 즉 $x > 8.5$

$x(17-x) = 72$

$(x-8)(x-9) = 0$

$x = 8$ 또는 $x = 9$

$x > 8.5$ 이므로 $x = 9$

24. 부등식 $3 \le (\sqrt{2}+1)x \le 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3 \le (\sqrt{2}+1)x \le 7$ 에서 $\sqrt{2}+1>0$ 이므로

$\dfrac{3}{\sqrt{2}+1} \le x \le \dfrac{7}{\sqrt{2}+1}$ $\therefore$ $3\sqrt{2}-3 \le x \le 7\sqrt{2}-7$

$4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5$ 에서 $1 < 3\sqrt{2}-3 < 2$

$9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10$ 에서 $2 < 7\sqrt{2}-7 < 3$

$1.\times\times\times \le x \le 2.\times\times\times$ 이므로

따라서 자연수 $x=2$ 이다.

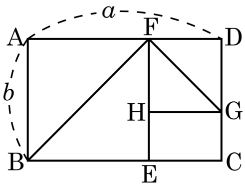
25. $[a,\ b,\ c]=(a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]-[b,\ a,\ c]$를 인수분해하면, $(xa+yb+zc)(pa+qb+rc)$ 이다. 이 때, $x+y+z+p+q+r$ 의 값은?

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$(a-b)(a-c)-(b-a)(b-c)$
$=(a-b)(a-c)+(a-b)(b-c)$
$=(a-b)\{(a-c)+(b-c)\}$
$=(a-b)(a+b-2c)$
$\therefore x+y+z+p+q+r$
$=1+(-1)+0+1+1+(-2)=0$

26. 다음 그림에서 □ABEF 와 □FHGD 가 정사각형일 때, 사각형 HECG 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a-b)(ta+sb)$ 이다. $t+s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t+s=1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로

$\overline{\mathrm{HE}}=b-(a-b)=2b-a, \overline{\mathrm{EC}}=a-b$

남은 사각형의 넓이는 $(2b-a)(a-b)$ 이다.

따라서 $t=-1,\ s=2$ 이므로 $t+s=1$ 이다.

27. 부등식 $2 \le 2x-2 < 5$를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근일 때, a^2-b^2의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \le 2x-2 < 5$를 풀면 다음과 같다.

$4 \le 2x < 7$

$2 \le x < \dfrac{7}{2}$

$\therefore x=2,\ 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a=-5,\ b=6$

$\therefore a^2-b^2=(-5)^2-6^2=25-36=-11$

28. 이차방정식 $\left\{1+(a+b)^2\right\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$이므로

$$\frac{D}{4}=(1-a-b)^2-2\left\{1+(a+b)^2\right\} \geq 0$$

$$(a+b)^2+2(a+b)+1 \leq 0$$

$$\therefore\ (a+b+1)^2 \leq 0$$

$a,\ b$ 는 실수이므로 $a+b+1=0$

$$\therefore\ a+b+2=1$$

29. 이차방정식 $4x^2-32x+k+4=0$의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2-32x+k+4=0$은 중근을 갖는다.

$4x^2-32x+k+4=0$

$4(x^2-8x)=-k-4$

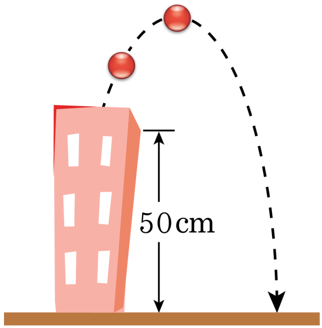
$4(x^2-8x+16)=-k-4+64$

$4(x-4)^2=-k+60$

중근을 가져야 하므로 $-k+60=0$이다.

$\therefore\ k=60$

30. 지면으로부터 50m 되는 높이에서 초속 25m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 25t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 올라가는 최고점의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 81.25

해설

최고점까지 걸린 시간은 옥상의 높이와 같은 50m 를 지날 때의 시간의 절반이므로

$-5t^2 + 25t + 50 = 50$

$t = 5$

따라서 최고점까지 걸린 시간은 2.5 초이다.

최고점까지의 거리는 물체가 2.5 초만큼 움직인 거리이므로

$h = -5t^2 + 25t + 50 = 81.25(\mathrm{m})$

31. $\sqrt{144-x}-\sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 253

해설

$\sqrt{144-x}-\sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
$\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
$\sqrt{144}(=12)>\sqrt{144-x}$ 이므로
$\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
$144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5)<\sqrt{25+y}$ 이므로
$\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
$25+y=6^2$ 에서 $y=11$
$\therefore xy=23\times 11=253$

32. x 에 관한 이차방정식 $x^2+n^2+x+nx=0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 하고,

$$S(n)=\frac{1}{(p_2+1)(q_2+1)}+\frac{1}{(p_3+1)(q_3+1)}+\cdots+\frac{1}{(p_n+1)(q_n+1)}$$

이라고 할 때, $S(30)-S(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{10}$

해설

$x^2+(1+n)x+n^2=0$

$p_n+q_n=-(n+1)$

$p_nq_n=n^2$ 이므로

$$\frac{1}{(p_n+1)(q_n+1)}=\frac{1}{p_nq_n+p_n+q_n+1}=\frac{1}{n^2-n}=\frac{1}{n(n-1)}=\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}$$

$$\therefore\ S(n)=\frac{1}{(p_2+1)(q_2+1)}+\frac{1}{(p_3+1)(q_3+1)}+\cdots+\frac{1}{(p_n+1)(q_n+1)}$$
$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}$$
$$=1-\frac{1}{n}$$

따라서 $S(30)-S(3)=1-\frac{1}{30}-\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$ 이다.

33. 100g 의 물이 들어 있는 그릇에서 일정 양의 물을 퍼낸 다음 퍼낸 물의 양과 같은 양의 소금을 넣어 잘 저었다. 이 소금물에서 처음 퍼낸 물의 양보다 2 배 더 많은 소금물을 퍼내고 퍼낸 소금물의 양과 같은 양의 소금을 넣었더니 28% 의 소금물이 되었다면, 처음 퍼낸 물의 양은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 : ____________ g

▷ 정답 : 10 g

해설

처음 퍼낸 물의 양을 xg 이라 하면 100g 의 물이 들어 있는 그릇에서 xg 의 물을 퍼낸 다음 xg 의 소금을 넣었으므로 x% 의 소금물 100g 이 된다.

또, $2x$g 의 소금물을 퍼내고 $2x$g 의 소금을 넣었으므로 이 소금물 100g 에 녹아 있는 소금의 양은

$$\frac{x}{100} \times 100 - \frac{x}{100} \times 2x + 2x = \frac{28}{100} \times 100$$

$$300x - 2x^2 = 2800$$

$$x^2 - 150x + 1400 = 0$$

$$(x-10)(x-140) = 0$$

$$\therefore \ x = 10 \text{ 또는 } x = 140$$

그런데 100g 의 물에서 더 많은 양의 물을 퍼낼 수는 없으므로 처음 퍼낸 물의 양은 10g 이다.