

1. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 13 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

2. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면?

① 358 ② 409 ③ 421 ④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $A \times B = 11 \times 42$ 이다.
 $\therefore A \times B = 462$

3. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

$$540 \times x \text{ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 } x \text{ 는 } 3 \times 5 = 15$$

4. 길이가 각각 120 cm, 160 cm인 통나무가 있다. 제재소에서는 이들을 잘라 남는 부분이 없이 모두 같은 길이의 통나무를 만들려고 한다. 가능한 한 가장 긴 길이로 자른다고 할 때, 잘린 통나무 한 개의 길이와 통나무의 개수를 옳게 짝지은 것은?

	한 개의 통나무 길이	통나무의 개수
㉠	40 cm	7 개
㉡	40 cm	12 개
㉢	40 cm	40 개
㉣	12 cm	7 개
㉤	12 cm	12 개

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

120과 160의 최소공배수는 40cm이므로 가능한 한 가장 긴 길이는 40cm이고, 각각 3개, 4개를 자를 수 있다. 따라서 총 7개의 통나무를 자를 수 있다.

5. 720의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720의 약수는 $(2^4 \text{의 약수}) \times (3^2 \text{의 약수}) \times (5 \text{의 약수})$ 이다.

6. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

7. 자연수 $2^a \times 3^b$ 에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다. 이때, 가능한 a, b 중 가장 작은 a, b 를 올바르게 구한 것을 골라라.

- ① $a : 0, b : 0$
- ② $a : 0, b : 1$
- ③ $a : 1, b : 1$
- ④ $a : 1, b : 0$
- ⑤ $a : 2, b : 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 자연수이려면 a 와 b 는 0 이상이어야 한다.
또, 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서, $2^a \times 3^b$ 에 $24 = 2^3 \times 3$ 를 곱한 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로, $2^a \times 3^b \times 2^3 \times 3 = 2^a \times 2^3 \times 3^b \times 3 = 2^{a+3} \times 3^{b+1}$ 에서 2 의 지수인 $(a+3)$ 과 3 의 지수인 $(b+1)$ 이 모두 짝수여야 한다. 이를 만족하는 가장 작은 수 a, b 는 각각 1 과 1 이다.

8. 120^9 은 2800 개의 서로 다른 약수를 가지고 있다. 이 약수 중 제곱수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 350개

해설

120 을 소인수분해하면 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $120^9 = (2^3 \times 3 \times 5)^9 = 2^{27} \times 3^9 \times 5^9$ 이다. 따라서 120^9 의 약수의 개수는 $(27+1) \times (9+1) \times (9+1) = 2800$ 개이고, 이 중 제곱수는 지수가 모두 짝수로 이루어져 있어야 한다. 따라서 제곱수는 $2^0, 2^2, \dots, 2^{26}$ 인 14 개, $3^0, 3^2, \dots, 3^8$ 인 5 개, $5^0, 5^2, \dots, 5^8$ 인 5개이므로 120^9 의 약수 중 제곱수는 $14 \times 5 \times 5 = 350$ 이다.

9. 두 자연수 p, q 의 최대공약수를 $[p, q]$ 로 정의할 때,
 $[[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]]$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \text{ (}\frac{p}{[p, q]}, q \text{는 서로소)} \\ &= [1, 1] \\ &= 1 \end{aligned}$$

10. 차가 8 인 두 수의 최대공약수가 4 , 최소공배수가 60 일 때 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

두 수를 $4 \times a, 4 \times b$ 라 두면,
 $4 \times a - 4 \times b = 8 \rightarrow a - b = 2$,
 $4 \times a \times b = 60 \rightarrow a \times b = 15$,
 $a = 5, b = 3$ 이므로 두 수는 20, 12 이다.
 $\therefore$ (두 수의 합)= 32