

1. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 9

③ 18

④ 90

⑤ 99

해설

$$0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{35}{90} = \frac{7}{18}$$

2. $(x+3)(x-2) + (x-3)(x+5)$ 를 간단히 하면?

① $x^2 + 3x - 21$

② $x^2 + 6x - 15$

③ $2x^2 + 3x - 15$

④ $2x^2 + 3x - 21$

⑤ $2x^2 + 6x - 6$

해설

$$\begin{aligned} & (x+3)(x-2) + (x-3)(x+5) \\ &= x^2 + x - 6 + x^2 + 2x - 15 \\ &= 2x^2 + 3x - 21 \end{aligned}$$

3. $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

① -6

② 6

③ 12

④ 18

⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & (x+2)(x+3)(x-2)(x-3) \\ &= \{(x+2)(x-2)\}\{(x+3)(x-3)\} \\ &= (x^2-4)(x^2-9) \\ &= x^4-13x^2+36 \\ &\therefore -13+36=23 \end{aligned}$$

4. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{9}$ 사이의 분수 중 분모가 36 이고, 유한소수인 것을 구하면?

① $\frac{19}{36}$

② $\frac{23}{36}$

③ $\frac{25}{36}$

④ $\frac{27}{36}$

⑤ $\frac{29}{36}$

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{18}{36}, \quad \frac{7}{9} = \frac{28}{36}$$

유한소수가 되려면 분모에 2 또는 5 만 있어야 하므로 $36 = 4 \times 9$ 의 9 가 없어져야 한다.

그러므로 9 의 배수 27 이 분자인 $\frac{27}{36}$ 이어야 한다.

5. 다음 중 순환소수 $0.\dot{3} - 0.\dot{3}\dot{1}$ 과 같은 것은?

① $-0.0\dot{1}$

② $-0.\dot{1}\dot{1}$

③ $0.0\dot{2}$

④ $0.0\dot{2}$

⑤ $0.\dot{1}\dot{2}$

해설

$$0.\dot{3} - 0.\dot{3}\dot{1} = \frac{3}{9} - \frac{31}{99} = \frac{33}{99} - \frac{31}{99} = \frac{2}{99} = 0.0\dot{2}$$

6. $\left(\frac{2x^a}{y}\right)^b = \frac{16x^4}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{2^b x^{ab}}{y^b} = \frac{2^4 x^4}{y^c}$$

$$b = 4, c = 4$$

$$x^{4a} = x^4, a = 1$$

$$\therefore a + b - c = 1 + 4 - 4 = 1$$

7. $3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x = 81 \times 6^{2x}$ 일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x &= 3^{2x+4} \times (3^2)^{3-x} \times (2^2)^x \\ &= 3^{2x+4} \times 3^{6-2x} \times 2^{2x} \\ &= 3^{10} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 81 \times 6^{2x} &= 3^4 \times 2^{2x} \times 3^{2x} \\ &= 3^{4+2x} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

8. $x = \frac{a}{70}$ (a 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

분수 $\frac{a}{70}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 7 의 배수이고 70 의 배수가 아니어야 하므로 $14 - 1 = 13$

9. $1.\dot{6} = a \times 0.\dot{1}$ 일 때 a 와 $0.2\dot{6}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값은?

① $\frac{125}{4}$

② $\frac{145}{4}$

③ $\frac{175}{4}$

④ $\frac{225}{4}$

⑤ $\frac{245}{4}$

해설

$$\frac{15}{9} = a \times \frac{1}{9} \quad \therefore a = 15$$

$$0.2\dot{6} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15} \quad \therefore b = \frac{15}{4}$$

$$\therefore ab = 15 \times \frac{15}{4} = \frac{225}{4}$$

10. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$$

$$-2^6 = -2^{n-6} \times (-2)^m$$

$$2^6 = 2^{n-6} \times (-2)^m$$

좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.

따라서 m 도 짝수이므로 $(-2)^m = 2^m$,

$$2^6 = 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m}$$

$$n - 6 + m = 6$$

$$\therefore m + n = 12$$

11. $a^2 = 16$, $b^2 = 4$ 일 때, $\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right)$ 의 값은?

① -30

② -24

③ -18

④ -12

⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{4}a + \frac{5}{2}b\right)\left(\frac{1}{4}a - \frac{5}{2}b\right) &= \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}a^2 - \frac{25}{4}b^2 \\ &= \frac{1}{16} \times 16 - \frac{25}{4} \times 4 \\ &= 1 - 25 = -24\end{aligned}$$

12. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$2 = 4 - 2$ 이므로

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)$$

$$= 4^{16} - 2^{16}$$

$$\therefore a+b = 16+16 = 32$$

13. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, bd = 12, cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

14. 다음 표와 같은 네 종류의 직육면체를 이용하여 모서리의 길이가 $(2x + 3y)$ 인 정육면체를 만들려고 할 때, 입체도형 A, B, C, D 가 필요한 개수의 합을 구하여라.

입체도형	가로의 길이	세로의 길이	높이
A	x	x	x
B	x	x	y
C	x	y	y
D	y	y	y

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 125 개

해설

A 의 부피 : x^3

B 의 부피 : x^2y

C 의 부피 : xy^2

D 의 부피 : y^3

한 모서리가 $(2x + 3y)$ 인 정육면체의 부피는

$$(2x + 3y)^3 = 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

따라서 입체도형 A, B, C, D 가 필요한 개수는 각각 8 개, 36 개, 54 개, 27 개이다.

$$\therefore 8 + 36 + 54 + 27 = 125(\text{개})$$

15. $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x > 1$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = 0$, $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2},$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2} (\because x > 1)$$