

1. $\sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4}$ 을 $a + bi$ (a, b 는 실수) 형태로 나타내면?

① $2\sqrt{2} + 3i$

② $-3\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

③ $-2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}i$

④ $2\sqrt{3}i$

⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{-6} - \sqrt{8} \div \sqrt{-4} \\ &= \sqrt{3}i \times \sqrt{6}i - \frac{2\sqrt{2}}{2i} \\ &= -3\sqrt{2} + \sqrt{2}i \end{aligned}$$

2. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 0

③ 1

④ $-i$

⑤ i

해설

$$(\text{준식}) = 1 - 1 + i = i$$

3. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $1 + i$

② $1 - i$

③ 1

④ i

⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$$\therefore \frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \frac{(1 + i)(1 - i)}{(1 + i) - (1 - i)} = \frac{2}{2i} = -i$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 - 9 = 18\end{aligned}$$

5. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2, k < -1$

② $k > 3, k < -1$

③ $k > 1, k < -1$

④ $k > 3, k < -2$

⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{에서}$$

$$D = (1 - k)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > 3 \text{ 또는 } k < -1$$

6. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$ 에서
 $x = 1$ 일 때 최소이며 최솟값은 $f(1) = 1$

7. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x + 1$ 의 최댓값은?

① -3

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$2x + 1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x + 1$ 값도 커진다.

따라서 $x = 2$ 일 때 $2x + 1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$$

$$\Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 5$$

$\therefore$ 최댓값은 5

8. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$$a - 2 > 0$$

$$x \geq \frac{4}{a - 2} \text{이므로 } \frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

9. 부등식 $|x-1| + |x-2| < 3$ 을 풀면?

① $-1 < x < 4$

② $-1 < x < 2$

③ $0 < x < 1$

④ $0 < x < 2$

⑤ $0 < x < 3$

해설

(i) $x < 1$ 일 때

$$-(x-1) - (x-2) < 3, -2x < 0 \therefore x > 0$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $0 < x < 1$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때

$$(x-1) - (x-2) < 3, 0 \cdot x < 2$$

$\therefore$ 모든 x 에 대해 성립

그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 $1 \leq x < 2$

(iii) $x \geq 2$ 일 때

$$(x-1) + (x-2) < 3, 2x < 6 \therefore x < 3$$

그런데 $x \geq 2$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(i), (ii), (iii) 에서 $0 < x < 3$

10. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-3 < x < 3$

② $-3 < x \leq -2$

③ $-3 < x \leq 2$

④ $-2 < x \leq 2$

⑤ $-1 < x \leq -2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0 & \dots (가) \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 & \dots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+3)(x-3) < 0$

$\therefore -3 < x < 3$

(나)에서 $(x+2)(x-4) \geq 0$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$

따라서 공통 범위를 구하면

$-3 < x \leq -2$

11. $z = \frac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

① -1

② 2

③ -3

④ 4

⑤ -5

해설

$$z = \frac{2}{1-i} = 1+i$$

$$\begin{aligned}\therefore 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5\end{aligned}$$

해설

$$z = 1+i, z-1 = i$$

양변을 제곱하고 정리하면

$$z^2 - 2z = -2$$

$$2z^2 - 4z - 1$$

$$= 2(z^2 - 2z) - 1$$

$$= -4 - 1 = -5$$

12. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

13. 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 모든 해의 총합은?

① $-2\sqrt{2}i$

② $\sqrt{2}i$

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

$$(\text{준식}) = (x-1)(x+1)(x^2+2x+3) = 0$$

$$\text{실근의 합은 } 1 + (-1) = 0$$

$$\text{허근의 합은 } -2$$

$$\text{모든 근의 합은 } -2$$

14. 다음 연립방정식을 만족하는 (x, y, z) 가 바르게 짝지어진 것은?

$$3x - y = y + z = 3x - z = 1$$

① $(1, 1, 1)$

② $(-1, 1, 2)$

③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$

⑤ $\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$

해설

$$3x - y = 1, y + z = 1, 3x - z = 1$$

변변끼리 모두 더하면, $6x = 3, x = \frac{1}{2}$

각각 대입하면, $y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$

$$\therefore (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

15. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

16. $(x^2 - 8x + 12)(x^2 - 7x + 12) - 6x^2$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 - x + 2)(x^2 - 5x + 2)$

② $(x^2 - 5x + 12)(x^2 - 10x + 12)$

③ $(x^2 - 3x + 4)(x^2 - x + 2)$

④ $(x^2 + 3x + 12)(x^2 - 5x + 12)$

⑤ $(x^2 + x + 12)(x^2 - 2x + 12)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x^2 + 12) - 8x\}\{(x^2 + 12) - 7x\} - 6x^2 \\&= (x^2 + 12)^2 - 15x(x^2 + 12) + 50x^2 \\&= (x^2 + 12 - 5x)(x^2 + 12 - 10x) \\&= (x^2 - 5x + 12)(x^2 - 10x + 12)\end{aligned}$$

17. 복소수 z 의 켤레복소수가 $\bar{z}$ 일 때, 등식 $(1-i)\bar{z} + 2iz = 3-i$ 를 만족시키는 z 를 구하면?

① $z = -1 - 2i$

② $z = -2 - 2i$

③ $z = -3 - 2i$

④ $z = -3 - 3i$

⑤ $z = -3 - 4i$

해설

복소수 $z = x + yi$ (x, y 는 실수), $\bar{z} = x - yi$ 라 놓으면

$$(\text{준식}) = (1-i)(x-yi) + 2i(x+yi) = 3-i$$

$$x-yi-xi-y+2xi-2y=3-i$$

$$(x-3y) + (x-y)i = 3-i$$

복소수의 상등에 의하여

$$x-3y=3, x-y=-1$$

$$x=-3, y=-2$$

$$\therefore z = -3 - 2i$$

18. 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.
(단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은 -1이다.

19. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$ 의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$$

이 식을 정리하면

$$(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$$

무리수가 서로 같은 조건에 의하여

$$260 - 26m = 0, 160 - 16m = 0$$

따라서, $m = 10$

계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$ 가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$ 도 근이다.

나머지 한 근을 α 라고 하면 근과 계수와의 관계에서

$$(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } \alpha = m - 8 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 8\alpha = 2m - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉣} \text{에 대입하면 } 8(m - 8) = 2m - 4$$

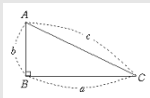
$$\therefore m = 10$$

20. 넓이가 30 이고, 둘레의 길이가 30 인 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설



$$\frac{1}{2}ab = 30, ab = 60$$

$$a + b + c = 30, a + b = 30 - c$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (a + b)^2 - 2ab = c^2$$

$$(30 - c)^2 - 2 \cdot 60 = c^2$$

$$c^2 - 60c + 900 - 120 = c^2$$

$$60c = 780, \therefore c = 13$$

21. $(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8)$ 을 간단히 하면?

① $4^8 + 3^8$

② $4^{15} - 3^{15}$

③ $4^{15} + 3^{15}$

④ $4^{16} - 3^{16}$

⑤ $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4 - 3)(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^2 - 3^2)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^4 - 3^4)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^8 - 3^8)(4^8 + 3^8) \\ &= 4^{16} - 3^{16} \end{aligned}$$

22. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 7$, $x + y = 3$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{에서 } 3^2 = 7 + 2xy, xy = 1$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \text{에서 } x^3 + y^3 = 18$$

$$\begin{aligned} x^5 + y^5 &= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \\ &= 7 \times 18 - 1^2 \times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

23. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 을 만족할 때, x 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 을 y 에 대한 식으로 정리하면
 $y^2 - 2y + (x^2 + 2x - 2) = 0$
 x, y 는 실수이므로 이 이차방정식은 실근을 갖는다.

$$\frac{D}{4} = (-1)^2 - (x^2 + 2x - 2) \geq 0$$

$$x^2 + 2x - 3 \leq 0, (x + 3)(x - 1) \leq 0$$

$\therefore -3 \leq x \leq 1$, x 의 최댓값은 1 , 최솟값은 -3

따라서, 구하는 최댓값과 최솟값의 합은 -2