

1. $\{(-x^3y^2)^4\}^2$ 을 간단히 하면?

① $x^{12}y^8$

② x^8y^{12}

③ $x^{14}y^{16}$

④ $x^{20}y^{16}$

⑤ $x^{24}y^{16}$

해설

$$\{(-x^3y^2)^4\}^2 = (x^{12}y^8)^2 = x^{24}y^{16}$$

2. $\frac{2x+y}{4} + \frac{x+3y}{9} = ax + by$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① $\frac{41}{36}$

② $\frac{7}{6}$

③ $\frac{43}{36}$

④ $\frac{11}{9}$

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2x+y}{4} + \frac{x+3y}{9} &= \frac{9(2x+y)}{36} + \frac{4(x+3y)}{36} \\ &= \frac{18x+9y}{36} + \frac{4x+12y}{36} \\ &= \frac{18x+9y+4x+12y}{36} \\ &= \frac{22x+21y}{36} \\ &= \frac{22}{36}x + \frac{21}{36}y\end{aligned}$$

$$\therefore a+b = \frac{22}{36} + \frac{21}{36} = \frac{43}{36}$$

3. $a = -2$ 이고, $x = 2a - 1$ 이다. 이 때, 식 $3x - 4$ 의 값을 계산하는
과정으로 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $3 \times (-5) - 4$ ② $6 \times (-5) - 4$ ③ $3 \times (-2) - 4$
④ $6 \times (-2) - 7$ ⑤ $2 \times (-2) - 1$

해설

$$x = 2 \times (-2) - 1 = -5$$

주어진 식에 대입하면 $3 \times (-5) - 4$

4. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 60 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{60}$

해설

$\frac{1}{2} = \frac{30}{60} < \frac{x}{60} < \frac{3}{5} = \frac{36}{60}$ 을 만족하는 x 는 $30 < x < 36$ 인 3 의 배수이어야 한다.

5. 유리수 $p = 4.2 + 43 \times \left(\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^6} + \frac{1}{10^8} + \dots \right)$ 를 기약 분수로 나타내었을 때, 분모를 a , 분자를 b 라 하면 $b - 3a$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 809

해설

$$\begin{aligned} p &= 4.2 + 43 \times \frac{1}{10^2} + 43 \times \frac{1}{10^4} + 43 \times \frac{1}{10^6} + \dots \\ &= 4.2 + 0.43 + 0.0043 + 0.000043 + \dots \\ &= 4.634343434\dots \\ &= 4.\overline{634} \\ 4.\overline{634} &= \frac{4634 - 46}{990} = \frac{4588}{990} = \frac{2294}{495} = \frac{b}{a} \\ \therefore b - 3a &= 2294 - 3 \times 495 = 809 \end{aligned}$$

6. 부등식 $\frac{7}{10} < x \leq 1.\dot{9}$ 을 만족시키는 정수 x 의 갯수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$1.\dot{9} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{7}{10} < x \leq 2$$

$$\therefore x = 1, 2$$

즉, 2개

7. $(x^a)^4 = x^{16} \div x^a \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^{4a} = x^{16-a-1} = x^{15-a}, \quad 4a = 15 - a$$

$$\therefore a = 3$$

8. $\left(-\frac{3x^ay^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$ 을 만족하는 양수 a, b, c, d 가 있을 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\left(-\frac{3x^ay^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^{2a}y^8}{b^2z^6} = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$$

$$a=2, b=4, c=8, d=6$$

$$\therefore a+b+c+d=20$$

9. 다음 중 $7x - \{2y - (3x - y) + (-5x + 4y)\} - 3y$ 를 바르게 정리한 것을 고르면?

- ① $15x - 10y$ ② $15x + 10y$ ③ $3x - 2y$
④ $5x + 10y$ ⑤ $3x + 8y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 7x - \{2y - 3x + y - 5x + 4y\} - 3y \\ &= 7x - \{7y - 8x\} - 3y \\ &= 7x - 7y + 8x - 3y \\ &= 15x - 10y\end{aligned}$$

10. 11의 배수가 아닌 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 $\frac{n}{11}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.
 이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{1}{11} = 0.090909 \cdots = 0.\dot{0}9, \quad f(1) = 9$$

$$\frac{2}{11} = 0.181818 \cdots = 0.\dot{1}8, \quad f(2) = 9$$

$$\frac{3}{11} = 0.272727 \cdots = 0.\dot{2}7, \quad f(3) = 9 \text{ 이므로}$$

n 의 값에 관계없이 $f(n) = 9$

$$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)}$$
은

분모가 $f(2)$ 부터 $f(98)$ 중에서

$f(11), f(12), f(22), f(23), f(33), f(34), \cdots, f(88), f(89)$ 의 총

$2 \times 8 = 16$ (개)가 빠졌으므로

$$1 \times (97 - 16) = 81$$

11. 어떤 자연수에 $1.0\dot{4}$ 를 곱해야 할 것을 잘못하여 1.04 를 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.4 가 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$x \times 1.0\dot{4} - x \times 1.04 = 0.4$$

$$x \times \left(\frac{94}{90} - \frac{104}{100} \right) = \frac{4}{9}$$

$$x \times \frac{4}{900} = \frac{4}{9}$$

$$\therefore x = 100$$

12. $\left(\frac{x^3}{y}\right)^2 \div (x^a y^{-2})^3 \times \left(\frac{2y}{x^2}\right)^2 = \frac{4y^b}{x}$ 에서 자연수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \left(\frac{x^3}{y}\right)^2 \div (x^a y^{-2})^3 \times \left(\frac{2y}{x^2}\right)^2 \\&= \frac{x^6}{y^2} \times \frac{1}{x^{3a} y^{-6}} \times \frac{4y^2}{x^4} \\&= \frac{4x^6 y^2}{x^{3a+4} y^{-4}} = 4 \times x^{6-3a-4} \times y^{2-(-4)} \\&= 4 \times x^{2-3a} \times y^6\end{aligned}$$

$$(\text{우변}) = \frac{4y^b}{x} = 4 \times x^{-1} \times y^b$$

따라서 $a = 1, b = 6$ 이다.

13. $(1-x)^{19}$ 의 전개식에서, x^2 의 계수가 171일 때, x^{17} 의 계수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -171

해설

$(1-x)^{19}$ 의 전개식에서 항은 20개이고 계수들은 좌우대칭이 된다.

따라서 x^2 의 계수와 x^{17} 의 계수는 절댓값이 같고, 부호만 다르다.

$\therefore -171$

14. $a+b+c=-1$, $ab+bc+ca=-6$, $abc=3$ 일 때, $\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{14}{3}$

해설

$$\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2} \text{ 에서}$$

$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$$

$$= (ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2$$

$$= (ab+bc+ca)^2 - 2(ab^2c+abc^2+a^2bc)$$

$$= (ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)$$

$$= (-6)^2 - 2 \times 3 \times (-1) = 42$$

$$\therefore \frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2b^2c^2} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

15. 0 이 아닌 세 자연수 x, y, z 에 대하여 $xy : yz : zx = z : x : y$ 일 때,
 $\frac{(x+y+z)^3}{xyz}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$xy : yz : zx = z : x : y$ 이므로,

$\frac{xy}{z} = \frac{yz}{x} = \frac{zx}{y}$ 이다.

$\frac{xy}{z} = \frac{yz}{x}$ 에서 $x^2y = yz^2, x^2 = z^2$

x 와 z 는 자연수이므로 $x = z$

$\frac{yz}{x} = \frac{zx}{y}$ 에서 $y^2z = x^2z, x^2 = y^2$

x 와 y 는 자연수이므로 $x = y$

$\therefore x = y = z$

$$\frac{(x+y+z)^3}{xyz} = \frac{(3x)^3}{x^3} = \frac{27x^3}{x^3} = 27$$