1. 다음 중 다항식의 계산결과가 <u>잘못된</u> 것은?

① $(5x-y)+(3x-2y)=8x-3y$

② $(5x^3+x^2-6x+7)-(2x^3-4x^2-1)=3x^3+5x^2-6x+8$

③ $(xy+xy^2-x^2)-(3x^2-xy)$
$=2xy+xy^2-4x^2$

④ $(x^2+1)(3x^2-2x-1)$
$=3x^4-2x^3-2x^2+2x-1$

⑤ $(x^3-3xy^2-2y^3)\div(x+y)=x^2-xy-2y^2$

해설

$(x^2+1)(3x^2-2x-1)=3x^4-2x^3+2x^2-2x-1$

2. 항등식 $A(x-1)+B(x-2)=2x-3$에서 미정계수 A, B를 구할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

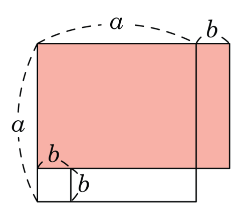
해설

주어진 등식이 항등식이므로 양변에 적당한 수를 대입하여도 성립한다.
$x=1$을 대입하면,
$A(1-1)+B(1-2)=2\cdot1-3$
$\therefore\ B=1$
$x=2$를 대입하면,
$A(2-1)+B(2-2)=2\cdot2-3$
$\therefore\ A=1$
$\therefore\ A+B=2$

해설

계수비교법 사용
$Ax-A+Bx-2B=2x-3$
$(A+B)x-(A+2B)=2x-3$
$\therefore A+B=2$

3. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

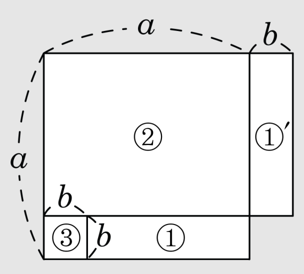
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$(a+b)(a-b) =$ ①′ + ②

①′ = ①이므로

$(a+b)(a-b) =$ ① + ② $= a^2 - b^2$

$\therefore\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

4. x에 대한 항등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$에서 a, b, c의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

▷ 정답 : $c=1$

해설

계수비교법에 의하여

$x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$

$=cx^2+(b-c)x+a-b$

$x^2-2x+3=cx^2+(b-c)x+a-b$에서

$c=1, b-c=-2, a-b=3$

연립하여 풀면

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=1$

5. 다항식 $f(x)$를 $(x+3)(x-6)$으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$이었다. $f(x)$를 $(x+3)$으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5　② -4　③ -3　④ -2　⑤ -1

해설

$f(x)=(x+3)(x-6)Q(x)+x-2$이므로
$f(-3)=-5$

6. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라고 할 때, $xf(x)-3$을 $x+1$로 나눈 몫과 나머지는?

① $xQ(x), -R-3$

② $xQ(x), -R+3$

③ $xQ(x), -R-6$

④ $xQ(x)+R, -R-3$

⑤ $xQ(x)+R, -R+3$

해설

$$
\begin{aligned}
&f(x) = (x+1)Q(x)+R \\
&\therefore\ xf(x) = x(x+1)Q(x)+xR \\
&\therefore\ xf(x)-3 = x(x+1)Q(x)+xR-3 \\
&\qquad = (x+1)\{xQ(x)\}+(x+1)R-R-3 \\
&\qquad = (x+1)\{xQ(x)+R\}-R-3
\end{aligned}
$$

7. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0　② 2　③ −2　④ 4　⑤ −4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은
(3차항)×(상수항), (2차항) ×(1차항)
2쌍씩이다.
$4\times 1\times 2+(-3)\times 2\times 2 \ = 8+(-12)=-4$

8. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2+x=A$로 치환하면

$(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$

$=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)+24$

$=(A-2)(A-12)+24$

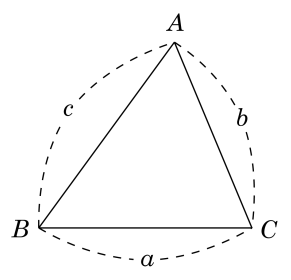
$=A^2-14A+48=(A-6)(A-8)$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-8)$

$=(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

$\therefore\ a+b+c-d=-2+3+1-(-8)=10$

9. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 $\triangle$ABC에서 $a^3+b^3+c^3-ab(a+b)+bc(b+c)-ca(c+a)=0$이 성립할 때, $\triangle$ABC는 어떤 삼각형인가?



① $a=b$인 이등변삼각형
② $a=c$인 이등변삼각형
③ $\angle$A $=90^\circ$인 직각삼각형
④ $\angle$B $=90^\circ$인 직각삼각형
⑤ $\angle$C $=90^\circ$인 직각삼각형

해설

$a^3+b^3+c^3-ab(a+b)+bc(b+c)-ca(c+a)$
$=a^3+b^3+c^3-a^2b-ab^2+b^2c+bc^2-c^2a-ca^2$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+b^3+b^2c+bc^2+c^3$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+b^2(b+c)+c^2(b+c)$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+(b+c)(b^2+c^2)$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)(a-b-c)$
$=(a-b-c)a^2-(b^2+c^2)(a-b-c)$
$=(a-b-c)(a^2-b^2-c^2)$
$=0$
이 때, a, b, c는 삼각형의 세 변의 길이이므로 $a \neq b+c$
$\therefore\ a^2-b^2-c^2=0$,
즉 $a^2=b^2+c^2$
따라서, $\triangle$ABC는 a를 빗변으로 하는 직각삼각형,
즉 $\angle$A $=90^\circ$인 직각삼각형이다.

10. 자연수 $N = 5 \cdot 29^3 + 15 \cdot 29^2 + 15 \cdot 29 + 5$ 의 양의 약수의 개수는?

① 20 개　　② 40 개　　③ 60 개

④ 80 개　　⑤ 100 개

해설

주어진 N 의 값을 직접 계산하여 다시 소인수분해 하기는 너무 복잡하므로,
주어진 수들을 하나의 문자로 생각하여 5로 묶으면
$N = 5(29^3 + 3 \cdot 29^2 + 3 \cdot 29 + 1)$
$= 5(29+1)^3$
$= 5 \cdot 30^3$
$= 5 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^3$
$= 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4$
따라서 N 의 양의 약수의 개수는
$(3+1)(3+1)(4+1) = 80$