

1. $a \neq 0$ 이고, a, b 가 정수일 때, 다음 중 $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 것은?

① 0

② -2

③ 0.17

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1.020030004...

해설

⑤ 1.020030004...은 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 수를 고르면? (단, m, n 은 정수이고 $m \neq 0$)

- ① 3.14
- ② -1
- ③ π
- ④ 0
- ⑤ 26

해설

$m \neq 0, m, n$ 은 정수일 때, 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수를 말한다. 즉, 이런 꼴로 나타낼 수 없는 수는 유리수가 아니다.

- ① 유한소수이므로 유리수이다.
- ② 정수이므로 유리수이다.
- ③ 원주율 π 는 순환하지 않는 무한소수로, 분수로 나타낼 수 없다. 즉, 유리수가 아니다.
- ④ 정수이므로 유리수이다.
- ⑤ 자연수이므로 유리수이다.

3. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{3}{11}$

② $\frac{11}{45}$

③ $\frac{5}{36}$

④ $\frac{5}{66}$

⑤ $\frac{14}{70}$

해설

$\frac{14}{70} = \frac{1}{5}$ 즉, 분모에 5 밖에 없으므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

① 분모에 11 이 있으므로 무한소수

② $\frac{11}{45} = \frac{11}{3^2 \times 5}$ 이므로 무한소수

③ $\frac{5}{36} = \frac{5}{2^2 \times 3^2}$ 이므로 무한소수

④ $\frac{5}{66} = \frac{5}{2 \times 3 \times 11}$ 이므로 무한소수

4. A가 유한소수일 때, 다음 중 A에 해당하는 것은?

① $3.141592\cdots$

② $\frac{51}{180}$

③ $\frac{27}{2^2 \times 3^2}$

④ $0.512512512\cdots$

⑤ $\frac{3}{56}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다.

③ $\frac{27}{2^2 \times 3^2} = \frac{3}{2^2}$ (유한소수)

5. $\frac{a}{24}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. a 가 가장 작은 한 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\frac{a}{24} = \frac{a}{2^3 \times 3}$ 가 유한소수이려면 a 는 3 의 배수이어야 하고, 가장 작은 한 자리의 자연수이므로 3 이다. $\frac{3}{24} = \frac{3}{2^3 \times 3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ 이므로 $b = 8$ 이다.
따라서 $a+b = 3+8 = 11$ 이다.

6. 자연수, 정수, 유리수에 대하여, 다음 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠

-1은 자연수가 아니다.
- ㉡

3은 정수가 아니다.
- ㉢

$\frac{5}{3}$ 은 자연수이다.
- ㉣

-1.23은 유리수가 아니다.
- ㉤

$\frac{7}{12}$ 는 유리수이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ -1은 음의 정수
- ㉡ 3은 정수
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 는 정수가 아닌 유리수
- ㉣ -1.23은 정수가 아닌 유리수
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 정수가 아닌 유리수
- 즉, 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢, ㉣로 3개이다.

7. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$$
$$a = 4, b = 1000, c = 0.052$$
$$\therefore \frac{52}{4} = 13$$

8. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은?

- ① 67 ② 68 ③ 69 ④ 70 ⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a+n$ 의 최솟값은 67이다.

9. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉔에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \textcircled{㉓}}{5^2 \times \textcircled{㉔}} = \frac{\textcircled{㉔}}{100} = \textcircled{㉔}$$

- ① 2
- ② 2²
- ③ 8
- ④ 12
- ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉔= 12

10. 다음 분수 중 무한소수로 나타내어지는 것은?

① $\frac{1}{2^2 \times 5^3}$
④ $\frac{77}{100 - 30}$

② $\frac{5}{16}$
⑤ $\frac{9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 12}$

③ $\frac{6}{6^3}$

해설

기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수이고 그 이외의 수가 있으면 무한소수가 된다.

① $\frac{1}{2^2 \times 5^3}$ (유한소수)

② $\frac{5}{16} = \frac{5}{2^4}$ (유한소수)

③ $\frac{6}{6^3} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{2^2 \times 3^2}$ (무한소수)

④ $\frac{77}{100 - 30} = \frac{77}{70} = \frac{11}{10} = \frac{11}{2 \times 5}$ (유한소수)

⑤ $\frac{9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 12} = \frac{11}{2^4}$ (유한소수)

11. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

12. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

$\therefore$ 8개

13. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{10}$ 사이의 분수 중 분모가 30 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{30}$

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{15}{30} < \frac{x}{30} < \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$$

x 는 $15 < x < 21$ 인 3의 배수이므로 18이다.

14. $\frac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되기 위한 a 의 개수는?
(단, $a \leq 100$, a 는 자연수)

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$\frac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7} = \frac{a}{2^2 \times 3 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 100 이하의 3의 배수이다.

15. x 가 1이상 50이하인 자연수일 때, $\frac{x}{105}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x 의 값이 될 수 있는 수는 모두 몇 개인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$105 = 3 \times 5 \times 7$ 이므로 x 는 21의 배수이다.
따라서 21의 배수는 21, 42의 2개다.

16. $\frac{a}{140}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 과 같을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a 는 $7 \times 7 = 49$ 이다.
조건에서 a 가 $90 < a < 100$ 이므로
 $a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.
 $\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$ 에서 $b = 10$
 $\therefore a + b = 98 + 10 = 108$

17. 다음과 같은 규칙으로 수를 나열하였을 때, 25^{18} 과 크기가 같은 수는 몇 번 나오는지 구하여라.

1	2	3	4	...
1	2 ²	3 ²	4 ²	...
1	2 ³	3 ³	4 ³	...
1	2 ⁴	3 ⁴	4 ⁴	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

▶ **답:** 번

▶ 정답 : 9 번

해설

$$25^{18} = (5^2)^{18} = 5^{36}$$

으로 나타낼 수 있다.

자연수 m, n 에 대하여 $(5^m)^n = 5^{mn} = 5^{36}$ 일 때, $mn = 36$ 이

되는 순서쌍 (m, n) 은 36 의 약수의 개수만큼 나타난다.

따라서 $36 = 2^2 \times 3^2$ 에서 36 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$

18. $x = \frac{n}{150}$ (n 은 100 이하의 자연수)일 때, x 가 무한소수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 n 이 3의 배수이면 $\frac{n}{150}$ 은 유한소수
 $100 \div 3 = 33 \cdots 1$
 $\therefore 100 - 33 = 67$

19. 두 분수 $\frac{7}{176}, \frac{11}{140}$ 에 어떤 세 자리 자연수 A 을 곱한 값은 모두 유한 소수가 된다. 이것을 만족하는 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11개

해설

$$\frac{7}{176} \times A = \frac{7 \times A}{2^4 \times 11}, \frac{11}{140} \times A = \frac{11 \times A}{2^2 \times 5 \times 7}$$

이 두 수가 두 유한소수가 되려면 분모에 2 나 5 이외의 소인수가 없어야 하므로 A 는 7 과 11 의 공배수, 즉 77 의 배수가 되어야 한다.

77 의 배수 중 세 자리 자연수는

$77 \times 2 = 154, 77 \times 3 = 231, \dots, 77 \times 12 = 924$ 이므로 구하는 수의 개수는 $12 - 1 = 11$ (개)

20. 분수 $\frac{a}{120}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이 될 때, 양의 정수 a 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라.(단, $a < 100$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

분모가 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 a 는 3의 배수이고, 기약분수로 고쳤을 때 $\frac{3}{b}$ 이므로 a 는 9의 배수가 된다. 따라서 a 의 최댓값은 90, a 의 최솟값은 9가 된다.
 $\therefore 90 - 9 = 81$