1. 다음 중 $\sqrt{45x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{9}{5}$ ③ 25 ④ 45 ⑤ 75

해설

$$\sqrt{45x} = \sqrt{3^2 \times 5 \times x}$$

③ $\sqrt{3^2 \times 5^3} = 3 \times 5 \times \sqrt{5} = 15\sqrt{5}$ 가 되어 자연수가 되지 못한다.

⑤ $\sqrt{3^3 \times 5^3} = 3 \times 5 \times \sqrt{3 \times 5} = 15\sqrt{15}$ 가 되어 자연수가 되지 못한다.

2. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{3}+2$

② $2\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$

④ 4

⑤ $\sqrt{7}-3$

해설

$$1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow 3 < \sqrt{3}+2 < 4$$

3. $\sqrt{18} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = a\sqrt{3}$ 일 때, 자연수 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{18} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} &= \sqrt{18} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{8}}{1} \\ &= \sqrt{48} = 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 4$$

4. $\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ 을 계산하면?

① $\frac{-7-\sqrt{6}}{2}$

② $\frac{-1-\sqrt{6}}{2}$

③ -1

④ $\frac{1-\sqrt{6}}{2}$

⑤ $\frac{7-\sqrt{6}}{2}$

해설

$$\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}-3-\frac{2\sqrt{6}-4}{2} = -1$$

5. $20x^2 - ax - 9 = (4x - 3)(5x - b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② 3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$(4x - 3)(5x - b) = 20x^2 - (4b + 15)x + 3b \\ = 20x^2 - ax - 9$$

$$3b = -9, b = -3$$

$$-(4b + 15) = -3 = -a$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 3 - 3 = 0$$

6. $(x-3)^2 + 6(x-3) + 8$ 의 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

① $x+3$

② $x+2$

③ $3x+2$

④ $2x$

⑤ $2x+3$

해설

$$\begin{aligned}x-3 &= t \text{로 놓으면} \\t^2 + 6t + 8 &= (t+4)(t+2) \\&= (x-3+4)(x-3+2) \\&= (x+1)(x-1) \\ \therefore (x+1) + (x-1) &= 2x\end{aligned}$$

7. 다음은 $5x + y$ 를 A 로 치환하여 인수분해하는 과정이다. 만족하는 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은? (단, $a > b$)

$$\begin{aligned} & (5x + y)(5x + y - 3) - 18 \\ &= A(A - 3) - 18 \\ &= A^2 - 3A - 18 = (5x + y + a)(5x + y + b) \end{aligned}$$

- ① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & 5x + y = A \text{ 로 치환하면} \\ & (5x + y)(5x + y - 3) - 18 \\ &= A(A - 3) - 18 \\ &= A^2 - 3A - 18 \\ &= (A + 3)(A - 6) \\ &= (5x + y + 3)(5x + y - 6) \end{aligned}$$

따라서, $a = 3, b = -6$ 이므로 $a - b = 9$ 이다.

8. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

- ① 4.5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & (2x+1)^2 - (x-2)^2 \\ &= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2) \\ &= (3x-1)(x+3) \\ & a = -1, b = 3 \\ & \therefore a+3b = -1+9 = 8 \end{aligned}$$

9. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $(a+3)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $8+2\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{7} - 2 \\ (a+3)^2 &= (\sqrt{7} - 2 + 3)^2 = (\sqrt{7} + 1)^2 \\ &= 7 + 2\sqrt{7} + 1 \\ &= 8 + 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

10. 다음 중 $2x^2 - x - 15 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ② $x + 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$

③ $x + 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ④ $2x + 3 = 0$ 또는 $x - 5 = 0$

⑤ $2x - 3 = 0$ 또는 $x + 5 = 0$

해설

$$2x^2 - x - 15 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 3) = 0$$

$$2x + 5 = 0 \text{ 또는 } x - 3 = 0$$

11. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

- ① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2 \\ \therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c &= 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2} \\ &= 288 + 3 = 291 \end{aligned}$$

12. $6 < \sqrt{3n} < 8$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a - b = 8$

해설

$$6 < \sqrt{3n} < 8 \rightarrow 36 < 3n < 64 \rightarrow 12 < n < \frac{64}{3}$$

$$\text{즉 } a = 21, b = 13 \quad \therefore a - b = 8$$

13. $8^{32} - 1$ 이 자연수 n 에 의해 나누어 떨어질 때, n 의 값의 합을 구하여라.
(단, $60 < n < 70$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

$$\begin{aligned}8^{32} - 1 &= (2^3)^{32} - 1 = 2^{96} - 1 \\ &= (2^{48} + 1)(2^{24} + 1)(2^{12} + 1) \\ &\quad (2^6 + 1)(2^3 + 1)(2^3 - 1)\end{aligned}$$

60 과 70 사이의 자연수 n 은 $2^6 + 1 = 65$ 또는 $2^3 - 1 = 63$ 이므로
그 합은 $65 + 63 = 128$ 이다.

14. 다음 조건을 보고, $a-b$ 의 값을 구하여라.

(1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답:

▷ 정답: $a-b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{2x}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a-b = 2-3 = -1$ 이다.

15. x 에 관한 이차방정식 $mx^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 2(m - 1) = 0$ 의 한 근이 1일 때, 나머지 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로
주어진 방정식에 $x = 1$ 을 대입하면
 $-m^2 + m = 0, m(m - 1) = 0$
 $\therefore m = 0$ 또는 $m = 1$
 $m = 0$ 이면 이차방정식이 아니므로 $m = 1$
주어진 방정식은 $x^2 - x = 0$
 $x(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 1$
따라서 나머지 한 근은 0이다.