1. 명제「$x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.
(역의 반례 : $x = -5$)

2. 다음 중 p가 q이기 위한 필요충분조건인 것은?(a, x, y, z는 모두 실수)

① $p : a < b$, $q : |a| < |b|$

② $p : 2x + 3 = 5$, $q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p : a > 3$, $q : a^2 > 9$

④ $p : x > 0$ 이고 $y > 0$, $q : x + y > 0$

⑤ $p : xy = yz$, $q : x = z$

해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.
① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.
② p, q를 만족하는 값이 모두 $x = 1$이므로 필요충분조건이다.
③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다. $\therefore$ p는 q이기 위한 충분조건이다.
⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.
$\therefore$ p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

3. 다음은 명제 「x, y가 정수일 때 xy가 짝수이면 x, y 중 적어도 하나는 짝수이다.」를 증명하는 과정이다.

> 주어진 명제의 결론을 부정하여 (가) 이면 $x = 2m+1, y =$ (나)($m,\ n$ 은 정수) 이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(mn+m+n)+1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① x 또는 y 가 짝수, $2n$

② x , y 중 하나만 짝수, $2n$

③ x , y 중 하나만 홀수, $2n+1$

④ x , y 모두 홀수, $2n+1$

⑤ x , y 모두 짝수, $2n+1$

해설

주어진 명제의 결론을 부정하여 x, y가 모두 (가): 홀수이면 $x = 2m+1$, (나) : $y = 2n+1$ (m, n은 정수) 이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(2mn+m+n)+1$ 이므로 xy는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

4. $\{(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})\cup(\mathrm{A}-\mathrm{B})\}\cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건으로 알맞은 것은?

① $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^c=\varnothing$　　② $\mathrm{B}\cap\mathrm{A}^c=\varnothing$　　③ $\mathrm{A}=\mathrm{B}$

④ $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\varnothing$　　⑤ $\mathrm{A}\cup\mathrm{B}=\mathrm{A}$

해설

$\{(A\cap B)\cup(A-B)\}\cap B$

$=\{(A\cap B)\cup(A\cap B^c)\}\cap B$

$=\{A\cap(B\cup B^c)\}\cap B$

$=A\cap B=A$

$\therefore A\subset B$이므로 $A\cap B^c=\varnothing$이면 $A\subset B$이므로 필요충분조건은 ①이다.

5. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이 때, q는 p이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : ____ 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$P \subset R \subset S \subset Q$ $\therefore$ $P \subset Q$이므로 $P \subset Q$

$\therefore$ q 는 p 이기 위한 필요조건

6. 실수 x에 대하여 두 조건 $p\ :\ a \le x \le 1,\ q\ :\ x \ge -1$이 있다. 명제 $p \to q$를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$　　② $a \le 1$　　③ $-1 \le a \le 1$

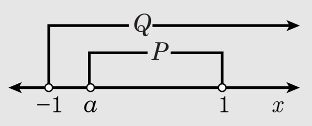
④ $a \ge -1$　　⑤ $a \le -1$

해설

조건 $p,\ q$ 의 진리집합을 각각 $P,\ Q$라 하자.

(i) $a > 1$일 때, $P = \varnothing$ 이므로 $P \subset Q$ $\therefore\ a > 1$

(ii) $a \le 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore\ -1 \le a \le 1$

(i), (ii) 에서 $a \ge -1$

7. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이나 충분조건은 <u>아닌</u> 것을 고르면? (단, n 은 자연수, $x,\ y,\ z$ 는 실수)

① $p : A \cup B = A,\ q : B - A = \phi$

② $p : n^2$ 은 12 의 배수이다., $q : n$ 은 12 의 배수이다.

③ $p : xyz \neq 0,\ q : x,\ y,\ z$ 는 모두 0 이 아니다.

④ $p : x^2 + y^2 + z^2 = 0,\ q : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$

⑤ $p : |x + y + z| = |x| + |y| + |z|,\ q : xy + yz + zx > 0$

해설

① $p : A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A \Leftrightarrow q : B - A = \phi$ ∴ 필요충분조건
② $p : n^2$ 은 12의 배수이다. $\leftarrow q : n$ 은 12 의 배수이다.<반례> n 이 6 이면 n^2 은 12 의 배수이나 n 은 12 의 배수가 아니다. ∴ 필요조건
③ $p : xyz \neq 0 \ \rightarrow \ q : x,\ y,\ z$ 는 모두 0 이 아니다. ∴ 필요충분조건
④ $p : x^2+y^2+z^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0, y = 0,\ z = 0$ $q : x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\} = 0 \Leftrightarrow \ x = y = z$
$p :\ x^2 + y^2 + z^2 = 0 \ \Rightarrow q :\ x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$
∴ 충분조건
⑤ $|x + y + z| = |x| + |y| + |z| \Rightarrow xy + yz + zx$ 0 <반례> $x = 3,\ y = 5,\ z = -1$ 을 대입하면 $q \rightarrow p$ 가 성립하지 않는다.∴ 충분조건