

1. 명제「 $x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.

(역의 반례 : $x = -5$)

2. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? (a, x, y, z 는 모두 실수)

① $p : a < b, \quad q : |a| < |b|$

② $p : 2x + 3 = 5, \quad q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p : a > 3, \quad q : a^2 > 9$

④ $p : x > 0$ 이고 $y > 0, \quad q : x + y > 0$

⑤ $p : xy = yz, \quad q : x = z$

해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.

① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.

② p, q 를 만족하는 값이 모두 $x = 1$ 이므로 필요충분조건이다.

③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다. $\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건이다.

3. 다음은 명제 「 x, y 가 정수일 때 xy 가 짝수이면 x, y 중 적어도 하나는 짝수이다.」를 증명하는 과정이다.

주어진 명제의 결론을 부정하여 (가)이면 $x = 2m + 1, y = (나)$ (m, n 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(mn + m + n) + 1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① x 또는 y 가 짝수, $2n$
- ② x, y 중 하나만 짝수, $2n$
- ③ x, y 중 하나만 홀수, $2n + 1$
- ④ x, y 모두 홀수, $2n + 1$
- ⑤ x, y 모두 짝수, $2n + 1$

해설

주어진 명제의 결론을 부정하여 x, y 가 모두 (가): 홀수이면 $x = 2m + 1$, (나): $y = 2n + 1$ (m, n 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(2mn + m + n) + 1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

4. $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건으로 알맞은 것은?

① $A \cap B^c = \emptyset$

② $B \cap A^c = \emptyset$

③ $A = B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A \cup B = A$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B \\ &= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B \\ &= A \cap B = A \end{aligned}$$

$\therefore A \subset B$ 이므로 $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A \subset B$ 이므로 필요충분조건은 ①이다.

5. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이 때, q 는 p 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$P \subset R \subset S \subset Q \therefore P \subset Q$ 이므로 $P \subset Q$

$\therefore q$ 는 p 이기 위한 필요조건

6. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : a \leq x \leq 1$, $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$

② $a \leq 1$

③ $-1 \leq a \leq 1$

④ $a \geq -1$

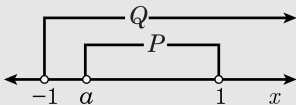
⑤ $a \leq -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

(i) $a > 1$ 일 때, $P = \emptyset$ 이므로 $P \subset Q \therefore a > 1$

(ii) $a \leq 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore -1 \leq a \leq 1$

(i), (ii)에서 $a \geq -1$

7. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이나 충분조건은 아닌 것을 고르면?
(단, n 은 자연수, x, y, z 는 실수)

① $p : A \cup B = A, q : B - A = \phi$

② $p : n^2$ 은 12 의 배수이다., $q : n$ 은 12 의 배수이다.

③ $p : xyz \neq 0, q : x, y, z$ 는 모두 0 이 아니다.

④ $p : x^2 + y^2 + z^2 = 0, q : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$

⑤ $p : |x + y + z| = |x| + |y| + |z|, q : xy + yz + zx > 0$

해설

① $p : A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A \Leftrightarrow q : B - A = \phi \therefore$ 필요충분조건

② $p : n^2$ 은 12의 배수이다. $\leftarrow q : n$ 은 12 의 배수이다. <반례>
 n 이 6 이면 n^2 은 12 의 배수이나 n 은 12 의 배수가 아니다.
 $\therefore$ 필요조건

③ $p : xyz \neq 0 \rightarrow q : x, y, z$ 는 모두 0 이 아니다. $\therefore$ 필요충분조건

④ $p : x^2 + y^2 + z^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0, y = 0, z = 0$
 $q : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \{ (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \} = 0 \Leftrightarrow x = y = z$
 $p : x^2 + y^2 + z^2 = 0 \Rightarrow q : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$
 $\therefore$ 충분조건

⑤ $|x + y + z| = |x| + |y| + |z| \Rightarrow xy + yz + zx = 0$ <반례> $x = 3, y = 5, z = -1$ 을 대입하면 $q \rightarrow p$ 가 성립하지 않는다. $\therefore$ 충분조건