

1. x 가 a 의 제곱근일 때, 다음 중 옳은 것은? (단, $a > 0$)

① $x^2 = a$

② $x = a^2$

③ $\sqrt{x} = a$

④ $\sqrt{x} = a^2$

⑤ $-x^2 = a$

해설

x 가 a 의 제곱근 $\rightarrow x$ 를 제곱하면 a 가 된다.

2. $3.\dot{9}$ 의 음의 제곱근을 a 라고 할 때, a 의 값을 구하면?

① -12

② -6

③ -4

④ -2

⑤ $-\sqrt{3.9}$

해설

$$3.\dot{9} = \frac{39-3}{9} = 4, 4 \text{의 음의 제곱근은 } -2$$

3. $a < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

② $-\sqrt{-a^2} = -a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

⑤ $\sqrt{a^2} = a$

해설

$a < 0$ 인 경우, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

① $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

③ a

⑤ $-a$

4. $a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{3}$ 일 때, $2a^2 - (-b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 - (-b)^2 &= 2(-\sqrt{5})^2 - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 2 \times 5 - 3 = 7 \end{aligned}$$

5. $a > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2}$$

- ① $-3a$ ② $-2a$ ③ $-a$ ④ a ⑤ $2a$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0 \text{ 일 때} \\ & \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2} \\ & = -(-a) + 2a - (5a) \\ & = a + 2a - 5a \\ & = -2a \end{aligned}$$

6. $a < 5$ 일 때, $\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $-2a - 10$

② $-2a$

③ 0

④ $2a$

⑤ $2a + 10$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2} &= -(a-5) - (-a+5) \\ &= -a+5+a-5=0\end{aligned}$$

7. $\sqrt{\frac{x}{3}}$ 가 정수가 되게 하는 x 의 값 중 두 자리 정수는 모두 몇 개인가?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 3 개

해설

$10 \leq x \leq 99$, $x = 3k^2$ (k : 정수) 이므로 $x = 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, 3 \times 4^2, 3 \times 5^2$

$x = 12, 27, 48, 75$

$\therefore$ 4 개

8. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$$9 < \sqrt{2x+30} < 12$$

$$2x+30 = 10^2 = 100, \quad x = 35$$

$$2x+30 = 11^2 = 121, \quad x = 45.5$$

9. $\sqrt{28-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값이 아닌 것을 고르면?

① 3

② 5

③ 12

④ 19

⑤ 27

해설

28 보다 작은 제곱수는 1, 4, 9, 16, 25

② $\sqrt{28-5} = \sqrt{23}$

23 은 제곱수가 아니므로 $x = 5$

10. 다음 무리수 중 가장 작은 것은?

- ① $2\sqrt{7}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{4}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{28}$, ② $\sqrt{54}$, ③ $\sqrt{80}$, ④ $\sqrt{100}$, ⑤ $\sqrt{72}$ 이므로 가장 작은 것은 ①이다.

11. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

$3 < \sqrt{3x} < 5, \sqrt{40} < x < \sqrt{70}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 7$

▷ 정답 : $x = 8$

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{3x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는
 $x = 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.
 $\sqrt{40} < \sqrt{x^2} < \sqrt{70}$ 을 만족하는
 $x = 7, 8$ 이다.

12. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

① $x^2 = 25$

② $x^2 = \frac{81}{49}$

③ $x^2 = 0.0016$

④ $x^2 = \frac{3}{27}$

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

$x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수

① $x = \pm 5$: 유리수

② $x = \pm \frac{9}{7}$: 유리수

③ $x = \pm 0.04$: 유리수

④ $x = \pm \sqrt{\frac{3}{27}} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$: 유리수

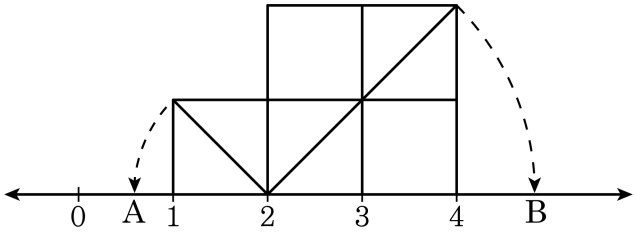
13. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

- ① $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수
- ② $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 있는 수
- ③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수
- ④ $\frac{a}{b}$ 으로 나타낼 수 있는 수
- ⑤ $\frac{b}{a}$ ($b \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수이다.

14. 다음 수직선 위의 두 점 A, B 에 대응하는 수를 각각 A, B 라고 할 때 선분 AB 의 길이를 구하 여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

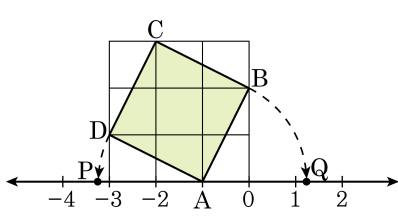
작은 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$

큰 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2}$

$A = 2 - \sqrt{2}, B = 2 + 2\sqrt{2}$

$\overline{AB} = 2 + 2\sqrt{2} - (2 - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$

15. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p - q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

□ABCD의 면적이 5이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.

$p = -1 - \sqrt{5}, q = -1 + \sqrt{5}$

$\therefore p - q = -1 - \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = -2\sqrt{5}$ 이므로

$a + b = 3$ 이다.

16. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무리수가 없다.
- ② $\frac{1}{2}$ 와 $\frac{1}{3}$ 사이에는 1 개의 유리수가 있다.
- ③ $-\frac{5}{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 5 개의 정수가 있다
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 수직선 위에는 무리수에 대응하는 점이 없다.

해설

③ $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $-\frac{5}{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 $-2, -1, 0, 1$ 총 4 개의 정수가 있다.

17. 다음 중 두 실수의 대소 관계로 옳은 것은?

보기

㉠ $3 < \sqrt{3} + 1$

㉡ $\sqrt{3} + 1 < \sqrt{2} + 1$

㉢ $\sqrt{15} + 1 < 4$

㉣ $4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $3 - (\sqrt{3} + 1) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 3 > \sqrt{3} + 1$

㉡ $\sqrt{3} + 1 - (\sqrt{2} + 1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2} + 1$

㉢ $\sqrt{15} + 1 - 4 = \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} - \sqrt{9} > 0$

$\therefore \sqrt{15} + 1 > 4$

㉣ $4 - \sqrt{7} - (\sqrt{17} - \sqrt{7}) = 4 - \sqrt{17}$

$= \sqrt{16} - \sqrt{17} < 0$

$\therefore 4 - \sqrt{7} < \sqrt{17} - \sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{11} - \sqrt{7} - (-\sqrt{7}) = \sqrt{11} > 0$

$\therefore \sqrt{11} - \sqrt{7} > -\sqrt{7}$

따라서 옳은 것은 ㉣, ㉤이다.

18. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $A > B > C$

② $A > C > B$

③ $B > A > C$

④ $B > C > A$

⑤ $C > A > B$

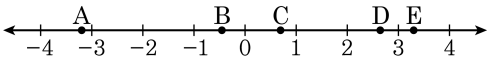
해설

$$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로 } A < B$$

$$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } A > C$$

$\therefore B > A > C$ 이다.

19. 아래 수직선 위의 점 A,B,C,D,E 와 보기의 수가 잘못 연결된 것을 모두 고르면?



보기

$-\sqrt{9}, 1-\sqrt{2}, \sqrt{7}, \frac{2}{3}, -\sqrt{3}+5$

- ① A : $-\sqrt{9}$ ② B : $-\sqrt{3}+5$ ③ C : $\frac{2}{3}$
④ D : $\sqrt{7}$ ⑤ E : $1-\sqrt{2}$

해설

$-\sqrt{9} = -3$
 $-2 < -2\sqrt{2} < -1$ 이므로 $-1 < 1-\sqrt{2} < 0$
 $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{7} < 3$
 $-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $3 < -\sqrt{3}+5 < 4$

20. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$
- ㉡

$-\sqrt{60}\times\sqrt{\frac{2}{3}}=-4\sqrt{10}$
- ㉢

$\sqrt{3}\times\sqrt{12}=6$
- ㉤

$\sqrt{0.1}\times\sqrt{0.9}=\sqrt{0.09}=0.03$
- ㉥

$3\sqrt{5}\times2\sqrt{7}=6\sqrt{35}$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉢
- ④ ㉡, ㉤
- ⑤ ㉤, ㉥

해설

㉡

$$\begin{aligned}-\sqrt{60}\times\sqrt{\frac{2}{3}}&=-\sqrt{60\times\frac{2}{3}}\\&=-\sqrt{40}=-2\sqrt{10}\end{aligned}$$

㉤

$$\sqrt{0.1}\times\sqrt{0.9}=\sqrt{0.09}=0.3$$

21. $\sqrt{30}\sqrt{105} = A\sqrt{14}$, $2\sqrt{6} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B - A = 9$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{30}\sqrt{105} &= \sqrt{30 \times 105} = \sqrt{225 \times 14} \\ &= 15\sqrt{14} = A\sqrt{14}\end{aligned}$$

$$2\sqrt{6} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{24} = \sqrt{B}$$

따라서 $A = 15$, $B = 24$ 이므로 $B - A = 9$ 이다.

22. 다음 중 간단히 한 것의 값이 $\sqrt{5}$ 가 아닌 것은?

① $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}} \div \frac{1}{\sqrt{21}} \div \sqrt{6}$

② $15 \div \sqrt{15} \div \sqrt{3}$

③ $\sqrt{45} \div \sqrt{15} \div \frac{1}{\sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{8}}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \div \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6} \div \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{6}}{5}$

해설

③ $\sqrt{45} \div \sqrt{15} \div \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{45} \times \frac{1}{\sqrt{15}} \times \sqrt{3} = 3$

23. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{4000}$ 을 a, b 를 이용하여 나타내어라.

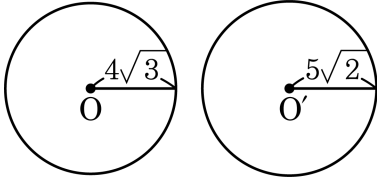
▶ 답 :

▷ 정답 : $a^5 b^3$

해설

$$\sqrt{4000} = \sqrt{2^5 \times 5^3} = (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{5})^3 = a^5 b^3$$

24. 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}\text{ cm}$, $5\sqrt{2}\text{ cm}$ 인 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



- ① $4\sqrt{2}\text{ cm}$
- ② $5\sqrt{2}\text{ cm}$
- ③ $6\sqrt{2}\text{ cm}$
- ④ $7\sqrt{2}\text{ cm}$
- ⑤ $8\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$$S = \pi r^2 \text{ 에서 } \pi(4\sqrt{3})^2 + \pi(5\sqrt{2})^2 = \pi R^2$$

$$48 + 50 = R^2$$

$$\therefore R = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}\text{ cm}$$

25. $\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}+\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면 $a\sqrt{7}+b\sqrt{13}$ 이다.
이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=0$

해설

$$\begin{aligned}& \sqrt{13} > \sqrt{7} \text{이므로} \\& \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}+\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} \\&= -(\sqrt{7}-\sqrt{13})+(\sqrt{13}-\sqrt{7}) \\&= -\sqrt{7}+\sqrt{13}+\sqrt{13}-\sqrt{7} \\&= -2\sqrt{7}+2\sqrt{13} \\&\therefore a=-2, b=2 \\&\therefore a+b=-2+2=0\end{aligned}$$

26. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$
㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
㉤ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
㉤ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$
 $= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$
 $= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

27. $x = \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{27}}{\sqrt{2}}, y = \frac{2\sqrt{7} - \sqrt{27}}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\frac{x+y}{x-y}$ 의 값은?

① $\sqrt{21}$

② $\frac{4\sqrt{21}}{9}$

③ $\frac{2\sqrt{21}}{9}$

④ $\frac{2\sqrt{21}}{27}$

⑤ $\frac{4\sqrt{21}}{27}$

해설

$$x = \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{27}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{14} + 3\sqrt{6}}{2} = \sqrt{14} + \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$y = \frac{2\sqrt{7} - \sqrt{27}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{14} - 3\sqrt{6}}{2} = \sqrt{14} - \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$x + y = 2\sqrt{14}$$

$$x - y = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore \frac{x+y}{x-y} = \frac{2\sqrt{14}}{3\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{21}}{9}$$

28. a 가 유리수 일 때, $\frac{a + \sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 1}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{1}{3}$

해설

먼저 분모를 유리화시키면

$$\begin{aligned}\frac{a + \sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 1} &= \frac{(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1)}{(3\sqrt{3} + 1)(3\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1)}{26}\end{aligned}$$

이다. 유리수가 되기 위해서 분자에 있는 근호의 값이 0이 되어야 한다. 분자를 전개하면

$$(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1) = 3a\sqrt{3} - a + 9 - \sqrt{3}$$

$$3a\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0 \text{ 이므로 } 3a - 1 = 0$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

29. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ 의 분모를 유리화하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9-4\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} &= \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\ &= \frac{5-4\sqrt{5}+4}{5-4} \\ &= 9-4\sqrt{5}\end{aligned}$$

30. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $\sqrt{24} > 5$

② $\sqrt{10} < 3$

③ $-\sqrt{19} > -4$

④ $\frac{1}{2} > \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $\sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

해설

$a - b > 0$ 일 때, $a > b \rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

$a - b > 0 \rightarrow a > b,$

$a - b = 0 \rightarrow a = b,$

$a - b < 0 \rightarrow a < b$

① 양변을 제곱하면 $24 < 25$

$\therefore \sqrt{24} < 5$

② 양변을 제곱하면 $10 > 9$

$\therefore \sqrt{10} > 3$

③ $-19 < -16$ 이므로

$\therefore -\sqrt{19} < -4$

④ 양변을 제곱하면 $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

⑤ $(\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} - 2 < \sqrt{3} - 2$

※ 양변에 -2 가 공통으로 들어있기 때문에 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 대소만을 비교해서 판단해도 된다.

31. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 있는 것은?

수	0	1	2	3
40	6.325	6.332	6.340	6.348
41	6.403	6.411	6.419	6.427
42	6.481	6.488	6.496	6.504
43	6.557	6.565	6.573	6.580

- ① 6.431
- ② 6.287
- ③ 6.573
- ④ 6.590
- ⑤ 6.661

해설

③ 을 제외한 나머지는 제곱근표에 없다.

32. 제곱근표에서 $\sqrt{6} = 2.449$ 일 때, $\sqrt{0.54}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7347

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.54} &= \sqrt{\frac{54}{100}} = \frac{\sqrt{54}}{10} \\ &= \frac{\sqrt{6 \times 3^2}}{10} = \frac{3 \times \sqrt{6}}{10} \\ &= \frac{3 \times 2.449}{10} \\ &= 0.7347\end{aligned}$$

33. $\sqrt{6}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $2(a - \sqrt{6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$a = \sqrt{6} - 2$$

$$2(a - \sqrt{6}) = 2(\sqrt{6} - 2 - \sqrt{6}) = -4$$