

1. 어떤 자연수를 12로 나누었더니, 몫이 5이고 나머지가 7이었다. 이 수를 13으로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

어떤 자연수를 A라 하면 $A = 12 \times 5 + 7 = 13 \times 5 + 2$ 이므로 $a = 5$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 5 + 2 = 7$ 이다.

2. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

3. 200 에 가장 가까운 14 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$14 \times 14 = 196$, $14 \times 15 = 210$ 이므로 200 에 가장 가까운 배수는 196 이다.

4. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라.(단, $a \leq 100$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 20 개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,
 $a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$
 $\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 4 인 수이다.
 $a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.
 $\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20 개

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{9})^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{7})^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

6. 3^{90} 의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

3 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

3의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$3^1(=3)$	3
$3^2(=3 \times 3=9)$	9
$3^3(=3 \times 3 \times 3=27)$	7
$3^4(=3 \times 3 \times 3 \times 3=81)$	1
$3^5(=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=243)$	3
$3^6(=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=729)$	9
$\vdots$	$\vdots$

90 은 4 로 나누었을 때 나머지가 2 이므로 3^{90} 의 일의 자리의 수는 9 이다.

7. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ① $12 = 5 + 7$
- ② $14 = 3 + 11$
- ③ $16 = 5 + 11$
- ④ $18 = 7 + 11$
- ⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

8. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① 360의 소인수는 2개다.
- ② 420의 소인수는 3개다.
- ③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.
- ④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.
- ⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
360의 소인수는 2, 3, 5
420의 소인수는 2, 3, 5, 7

9. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

10. x 는 $3^7 \times 5^4$ 의 약수 중에서 a^2 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수를 구하여라. (단, a 는 자연수)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12개

해설

$3^7 \times 5^4$ 의 약수 중 (자연수)² 이 되는 수는
 $1, 3^2, (3^2)^2, (3^3)^2, 5^2, (5^2)^2, (3 \times 5)^2,$
 $(3 \times 5^2)^2, (3^2 \times 5)^2, (3^2 \times 5^2)^2, (3^3 \times 5)^2,$
 $(3^3 \times 5^2)^2$ 이다.
 $\therefore$ 12개이다.

11. 120 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 30$

▷ 정답 : $b = 60$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $2 \times 3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
 $\therefore a = 2 \times 3 \times 5 \times 1^2 = 30$
 $120 \times a = 2^3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5$
 $= 2^4 \times 3^2 \times 5^2$
 $= (2^2 \times 3 \times 5)^2$
 $= b^2$
 $\therefore b = 60$

12. 108 과 약수의 개수가 같은 수는?

① 48

② 70

③ 121

④ 72

⑤ 171

해설

108의 약수의 개수는 $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개)

① $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $5 \times 2 = 10$ (개)

② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $121 = 11^2$ 이므로 3 (개)

④ $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

⑤ $171 = 3^2 \times 19$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ (개)

13. 자연수 135 의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n + m$ 의 값은? (단, m, n 은 자연수이고, $a \neq 3, 5$ 인 소수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$(\text{약수의 개수}) = 4 \times 2 = 8(\text{개})$$

$$(1 + 1) \times (n + 1) \times (m + 1) = 8, n = 1, m = 1$$

$$\text{그러므로 } n + m = 1 + 1 = 2$$

14. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

15. $x > 0$ 이고 x 의 음의 제곱근이 a 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a^2 = x$

② $x = \sqrt{a}$

③ $x^2 = a$

④ $x = -\sqrt{a}$

⑤ $a = \sqrt{x}$

해설

a 는 x 의 제곱근 중 하나이므로 $a^2 = x$ 또는 $a = + - \sqrt{x}$ 이 때, x 의 음의 제곱근이 a 이므로 $a = -\sqrt{x}$ 이다.

16. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\text{ cm}$, $\sqrt{11}\text{ cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① $-\sqrt{19}\text{ cm}$ ② $\sqrt{19}\text{ cm}$ ③ $\pm\sqrt{19}\text{ cm}$
④ -19 cm ⑤ 19 cm

해설

$(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{11})^2 = 19$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19 의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\text{cm})$ 이다.

17. $a > 0, b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2b} = ab$ ② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$ ③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

18. $X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$ 일 때, $10X$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2 \\ &= 12 \times \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = 8 - 2 = 6 \end{aligned}$$

따라서 $10X = 60$ 이다.

19. $-1 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-2)^2} + a - 3$ 을 간단히 하면?

① a

② $3a - 4$

③ 0

④ $a - 6$

⑤ $3a + 1$

해설

$-1 < a < 2$ 에서 $a + 1 > 0$, $a - 2 < 0$ 이므로
(준식) $= a + 1 - (a - 2) + a - 3 = a$

20. 다음 중 $\sqrt{28x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{1}{7}$ ② 7^2 ③ 28 ④ 63 ⑤ $\frac{4}{7}$

해설

$$\sqrt{28x} = \sqrt{2^2 \times 7 \times x}$$

② $\sqrt{2^2 \times 7^3} = 2 \times 7 \times \sqrt{7} = 14\sqrt{7}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

21. $\sqrt{384-24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\sqrt{384-24x}$ 에서

$384-24x=24(16-x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-x)}=2\sqrt{6}\times\sqrt{16-x}$ 이다.

$\Rightarrow 2\sqrt{2\times 3}\times\sqrt{16-x}$

$16-x=6\times 1^2=6$

$x=10$ 이다.

$16-x=6\times 2^2=24$ 는 $x<0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x=10$ 의 값 한 개뿐이다.

22. 다음 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ③ $\sqrt{0.6}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

해설

모두 양수이므로 각 수를 제곱하여 비교하면

① $\frac{4}{9}$

② $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

③ $(\sqrt{0.6})^2 = 0.6 = \frac{6}{9}$

④ $\frac{2}{9}$

⑤ $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$

23. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}-\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ 을 계산하면?

① $1-\sqrt{3}$

② $5-3\sqrt{3}$

③ 0

④ $-5-\sqrt{3}$

⑤ $5-\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3}-2 < 0, \quad 2-\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로} \\ |\sqrt{3}-2| - |2-\sqrt{3}| &= -(\sqrt{3}-2) - (2-\sqrt{3}) \\ &= -\sqrt{3}+2-2+\sqrt{3} \\ &= 0\end{aligned}$$

24. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인가?
(단, a, b 는 자연수)

- ① 7개 ② 10개 ③ 11개 ④ 13개 ⑤ 15개

해설

$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$
 $7 < 2a+3b < 15$
 $b=1$ 일 때, $a=3, 4, 5$
 $b=2$ 일 때, $a=1, 2, 3, 4$
 $b=3$ 일 때, $a=1, 2$
 $b=4$ 일 때, $a=1$
 $\therefore$ 10개

25. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

보기

$\sqrt{150}$, $\sqrt{81}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{3}-0.7$
 $\sqrt{\pi^2}$, $-\sqrt{1.21}$, $-\sqrt{11}$, $-\sqrt{225}$

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
 $\sqrt{150}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{3}-0.7$, $\sqrt{\pi^2}$, $-\sqrt{11}$ 의 5 개이다.

26. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ 모든 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
- ㉡ 모든 자연수의 제곱근은 무리수이다.
- ㉢ 1의 제곱근은 1 자신뿐이다.
- ㉣ 모든 수 a 에 대하여 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ㉤ $1 + \sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다.

해설

- ㉡ $\sqrt{1} = 1$
- ㉢ 1의 제곱근은 ± 1 이다.
- ㉣ $a > 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$ 이다.
- ㉤ $\sqrt{2}$ 가 순환하지 않는 무한소수이므로 $1 + \sqrt{2}$ 도 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

27. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

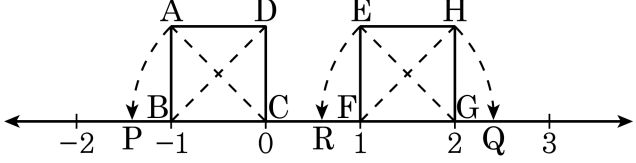
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

28. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. P, Q, R 세 점의 좌표를 p, q, r 이라 할 때, $p + q + r$ 의 값이 $a + b\sqrt{2}$ 였다. $a + b$ 의 값을 구하여라.



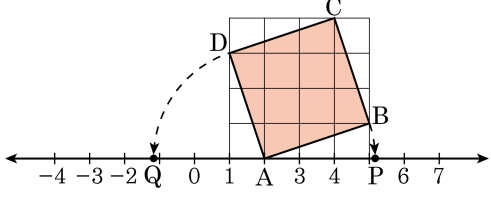
▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 2$

해설

$p = -\sqrt{2}, q = 1 + \sqrt{2}, r = 2 - \sqrt{2}$ 이므로
 $p + q + r = 3 - \sqrt{2}$ 이다.
따라서 $a = 3, b = -1$ 이므로 $a + b = 2$ 이다.

29. 다음 그림에서 수직선 위의 점 P 와 Q 사이의 거리를 구하면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 6 ② 8 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $3\sqrt{10}$

해설

□ABCD 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)-(삼각형 네 개의 넓이의 합)

□ABCD 의 넓이는 $16 - 4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 10$

∴ □ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

$\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AQ} = \sqrt{10}$

점 P 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 큰 수에 대응하는 점이다. $P(2 + \sqrt{10})$

점 Q 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 작은 수에 대응하는 점이다. $Q(2 - \sqrt{10})$

∴ $\overline{PQ} = (2 + \sqrt{10}) - (2 - \sqrt{10}) = 2\sqrt{10}$

30. -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 무수히 많은 실수가 있다.
- ② 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 무수히 많은 유리수가 있다
- ④ 자연수가 2 개 있다.
- ⑤ 정수가 6 개 있다.

해설

$\sqrt{5} \approx 2.23..$ 이므로
 -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 7 개의 정수가 있다.

31. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ $3 > \sqrt{13}$

④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8}$
 $= -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$

$\therefore \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면

(좌변) $= 3^2 = 9$, (우변) $= (\sqrt{13})^2 = 13$

$\therefore 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면

(좌변) $= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변) $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

32. $A = \sqrt{\frac{5}{169}}$, $B = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $C = \sqrt{1.25}$ 일 때, A , B , C 를 작은 순서대로 나열한 것은?

- ① A, B, C
- ② A, C, B
- ③ B, A, C
- ④ C, A, B
- ⑤ C, B, A

해설

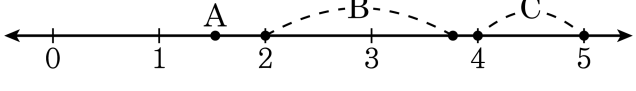
$$A = \sqrt{\frac{5}{169}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{5}}{13}$$

$$B = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$C = \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{100}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $A < B < C$ 이다.

33. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.
- ㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.
- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)
- ㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼쪽에 위치한다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.