

1. 자연수, 정수, 유리수에 대하여, 다음 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ -1 은 자연수가 아니다.
- ㉡ 3 은 정수가 아니다.
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 은 자연수이다.
- ㉣ -1.23 은 유리수가 아니다.
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 유리수이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ -1 은 음의 정수
- ㉡ 3 은 정수
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 는 정수가 아닌 유리수
- ㉣ -1.23 은 정수가 아닌 유리수
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 정수가 아닌 유리수

즉, 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢, ㉣로 3개이다.

2. $\frac{3}{40}$ 의 분모, 분자에 어떤 수를 곱하여 분모가 10의 거듭제곱 꼴이 될 때, 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{75}{10^3} = \frac{75}{1000}$$

3. $x = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ 일때, 분수 $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되지 않는 x 의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$6 = 2 \times 3$, $12 = 2^2 \times 3$ 이므로 2개이다.

4. 다음 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

① $\frac{7}{12}$

④ $\frac{33}{3^2 \times 5}$

② $\frac{27}{2 \times 3 \times 5}$

⑤ $\frac{9}{60}$

③ $\frac{33}{18}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5 뿐이다.

② $\frac{27}{2 \times 3 \times 5} = \frac{3^2}{2 \times 5}$

⑤ $\frac{9}{60} = \frac{3}{20} = \frac{3}{2^2 \times 5}$

5. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $-\frac{7}{20}$

㉡ $\frac{7}{2^2 \times 3 \times 5}$

㉢ $\frac{7}{25}$

㉣ $\frac{3}{2 \times 3^3}$

㉤ $\frac{4}{23}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{1} -\frac{7}{20} = -\frac{7}{2^2 \times 5}, \textcircled{3} \frac{7}{25} = \frac{7}{5^2}$$

이므로 유한소수이다.

6. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \frac{11}{120}$$

$$\textcircled{㉡} \frac{5}{2 \times 5^2}$$

$$\textcircled{㉢} \frac{21}{2 \times 3 \times 7^2}$$

$$\textcircled{㉤} \frac{3}{8}$$

$$\textcircled{㉥} -\frac{7}{2 \times 5 \times 7}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{㉠}$

▶ 정답 : $\textcircled{㉢}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{㉠} \frac{11}{120} = \frac{11}{2^3 \times 3 \times 5}, \textcircled{㉢} \frac{21}{2 \times 3 \times 7^2} = \frac{1}{2 \times 7}$$

이므로 유한소수가 아니다.

7. 두 분수 $\frac{5}{6} \times a$, $\frac{99}{63} \times a$ 모두 유한소수가 된다고 할 때, 이를 만족하는 가장 작은 자연수 a 의 값은?

① 3

② 7

③ 9

④ 18

⑤ 21

해설

$$\frac{5}{6} \times a, \frac{33}{63} \times a \text{ 에서 } \frac{5}{2 \times 3} \times a, \frac{3 \times 11}{3^2 \times 7} \times a$$

두 분수가 유한소수가 되려면 3과 7의 배수이므로
3과 7의 공배수 중 가장 작은 수는 21이다.

8. 두 분수 $\frac{29}{180}$ 와 $\frac{8}{175}$ 에 같은 자연수 A 를 곱하여 모두 유한소수가 되도록 하려고 한다. 이 때, 가장 작은 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\frac{29}{180} = \frac{29}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 9의 배수를 곱해야 하고,

$\frac{8}{175} = \frac{8}{7 \times 5^2}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 7의 배수를 곱해야 한다.

따라서 A 는 9와 7의 최소 공배수이므로 63이다.

9. $\frac{35}{900}$ 에 어떤 자연수 n 을 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, n 의 값 중 가장 작은 것은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{35}{900} = \frac{7}{180} = \frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5}$$

$\frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times n$ 이 유한소수가 되려면 3^2 이 약분되어야 하므로 n 은 3^2 의 배수이어야 한다.

$$n = 9$$

10. 분수 $\frac{x}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 가 보기의 조건을 모두 만족할 때, x 의 값 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

보기

- ① 소수로 나타내면 유한소수가 된다.
- ② x 는 2 와 3 의 공배수이다
- ③ $100 \leq x \leq 200$

▶ 답 :

▷ 정답 : 168

해설

$\frac{x}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$: 유한소수이려면 x 는 21 의 배수
조건 ②에 의해 6 의 배수이어야 하므로
 x 는 $100 \leq x \leq 200$ 인 42 의 배수인 126, 168 이다.

11. 분수 $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 30 이하의 자연수일 때, a, b 의 값은?

① $a = 7, b = 10$

② $a = 21, b = 7$

③ $a = 14, b = 10$

④ $a = 21, b = 10$

⑤ $a = 10, b = 21$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이므로 $a = 3 \times 7 = 21, b = 2 \times 5 = 10$

$\therefore a = 21, b = 10$

12. 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = 0.03333\cdots, \frac{7}{9} = 0.7777\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

13. 분수 $\frac{27}{110}$ 의 순환마디를 x , $\frac{14}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$\frac{27}{110} = 0.2\dot{4}\dot{5}$$

$$x = 45$$

$$\frac{14}{3} = 4.\dot{6}$$

$$y = 6$$

$$x - y = 39$$

14. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}\dot{7}$

② $3.0\dot{2}$

③ $0.3\dot{4}$

④ $1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

15. 자연수 x 에 대하여 분수 $\frac{8}{45x}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$\frac{8}{45x}$ 이 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 9000 이 되어야 한다.

$$\frac{8}{45x} = \frac{8}{9000} = \frac{1}{1125} = 0.000\dot{8}$$

따라서 x 의 최솟값은 25

16. 기약분수 $\frac{13}{x}$ 을 소수로 나타내면, $0.216666\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 25

② 30

③ 41

④ 55

⑤ 60

해설

$$\textcircled{5} \quad 0.216666\cdots = 0.21\dot{6} = \frac{216 - 21}{900} = \frac{195}{900} = \frac{13}{60}$$

17. 기약분수 $\frac{n}{m}$ 을 순환소수로 고치는데 기영이는 분모를 잘못 봐서 $1.\dot{1}\dot{8}$ 이 되었고, 민경이는 분자를 잘못 봐서 $1.91\dot{6}$ 이 되었다. 옳은 답의 순환마디는?

① 3

② 8

③ 24

④ 083

⑤ 83

해설

$$\text{기영: } 1.\dot{1}\dot{8} = \frac{118 - 1}{99} = \frac{117}{99} = \frac{13}{11}$$

따라서 분자는 13 이다.

$$\text{민경: } 1.91\dot{6} = \frac{1916 - 191}{900} = \frac{23}{12}$$

따라서 분모는 12 이다.

그러므로 기약분수 $\frac{n}{m}$ 은 $\frac{13}{12}$ 이고

$$\frac{13}{12} = 1.083333\cdots \text{ 순환마디는 3 이다.}$$

18. 순환소수 $3.1\dot{2}40\dot{5}$ 의 순환마디 갯수를 a , 소수점 아래 50번째 자리의 숫자를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3.1\dot{2}40\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 4개

$50 - 1 = 4 \times 12 + 1$ 이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 2이다.

$$\therefore a + b = 6$$

19. $\frac{3}{14}$ 을 소수로 나타낼 때, 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{3}{14} = 0.2\dot{1}4285\dot{7}$$

$(50 - 1) \div 6 = 8 \cdots 1$ 이므로 소수 50 번째 자리의 숫자는 1이다.

20. $x = 2.\dot{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{53}{90}$

② $\frac{12}{45}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{7}{30}$

⑤ $\frac{2}{9}$

해설

$$x = \frac{21}{9}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= x + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1} \\ &= x + \frac{x}{1 - x} \\ &= \frac{21}{9} + \frac{\frac{21}{9}}{1 - \frac{21}{9}} \\ &= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36} \\ &= \frac{21}{36} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

21. 유리수 $p = 4.2 + 43 \times \left(\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + \frac{1}{10^6} + \frac{1}{10^8} + \dots \right)$ 를 기약 분수로 나타내었을 때, 분모를 a , 분자를 b 라 하면 $b - 3a$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 809

해설

$$\begin{aligned}
 p &= 4.2 + 43 \times \frac{1}{10^2} + 43 \times \frac{1}{10^4} + 43 \times \frac{1}{10^6} + \dots \\
 &= 4.2 + 0.43 + 0.0043 + 0.000043 + \dots \\
 &= 4.634343434 \dots \\
 &= 4.6\dot{3}\dot{4} \\
 4.6\dot{3}\dot{4} &= \frac{4634 - 46}{990} = \frac{4588}{990} = \frac{2294}{495} = \frac{b}{a} \\
 \therefore b - 3a &= 2294 - 3 \times 495 = 809
 \end{aligned}$$

22. 다음 순환소수를 분수로 나타내는 방법이 바르게 된 것은?

$$\textcircled{1} \quad 0.\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{990}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.1\dot{3}\dot{5} = \frac{135}{990}$$

$$\textcircled{3} \quad 2.\dot{3}\dot{9} = \frac{239 - 2}{990}$$

$$\textcircled{4} \quad 0.\dot{5}0\dot{2} = \frac{502}{999}$$

$$\textcircled{5} \quad 1.\dot{2}3\dot{5} = \frac{1235 - 1}{9990}$$

해설

$$\textcircled{1} \quad 0.\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{999}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.1\dot{3}\dot{5} = \frac{135 - 1}{990}$$

$$\textcircled{3} \quad 2.\dot{3}\dot{9} = \frac{239 - 2}{99}$$

$$\textcircled{4} \quad 0.\dot{5}0\dot{2} = \frac{502}{999}$$

$$\textcircled{5} \quad 1.\dot{2}3\dot{5} = \frac{1235 - 1}{999}$$

23. 다음은 순환소수를 분수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

$$\begin{aligned} 1.\dot{4}5\dot{9} &= 1 + \boxed{} \times 0.\dot{0}0\dot{1} \\ &= 1 + \boxed{} \times \frac{1}{999} \\ &= \frac{\boxed{}}{37} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 459

▷ 정답 : 459

▷ 정답 : 54

해설

$$\begin{aligned} 1.\dot{4}5\dot{9} &= 1 + 459 \times 0.\dot{0}0\dot{1} \\ &= 1 + 459 \times \frac{1}{999} \\ &= \frac{54}{37} \end{aligned}$$

24. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 세 번째에 해당하는 것은?

① 0.3742

② $0.37\dot{4}2$

③ $0.\dot{3}742$

④ $0.3\dot{7}4\dot{2}$

⑤ $0.374\dot{2}$

해설

① 0.3742

② $0.37\dot{4}2 = 0.374242\cdots$

③ $0.\dot{3}742 = 0.37423742\cdots$

④ $0.3\dot{7}4\dot{2} = 0.3742742\cdots$

⑤ $0.374\dot{2} = 0.374222\cdots$

이므로 ① < ⑤ < ③ < ② < ④이다.

25. 부등식 $0.\dot{9} < x < \frac{38}{15}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$0.\dot{9} = \frac{9}{9} = 1, \quad \frac{38}{15} = 2.5333\ldots \text{ 이므로}$$

x 는 2이다.

26. 부등식 $-2.\dot{3} \leq x < \frac{31}{15}$ 를 만족시키는 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$-2.\dot{3} \leq x < \frac{31}{15} = 2.0\dot{6}, \quad x = 1, 2$$

27. 다음을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$3.2\dot{3} + 0.\dot{5}x = \frac{7}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{12}{25}$

해설

$$\frac{291}{90} + \frac{5}{9}x = \frac{7}{2}$$

$$291 + 50x = 315$$

$$50x = 24$$

$$\therefore x = \frac{12}{25}$$

28. 순환소수 $0.3\dot{7} = 34 \times a$, $0.4\dot{5} = 45 \times b$ 일 때, a , b 의 값을 순환소수로 나타낸 것은?

① $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$

② $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}1$

③ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$

④ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}1$

⑤ $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$

해설

$$0.3\dot{7} = \frac{34}{90} = 34 \times a$$

$$a = \frac{1}{90} = 0.0\dot{1}$$

$$0.4\dot{5} = \frac{45}{99} = 45 \times b$$

$$b = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}1$$

29. 어떤 수에 $1.\dot{6}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.6 을 곱했더니, 정답과 오답의 차가 0.6 이 되었다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

어떤 수를 미지수 x 로 두면

$$x \times 1.\dot{6} - x \times 1.6 = 0.6$$

$$x \times \left(\frac{15}{9} - \frac{16}{10} \right) = x \times \frac{6}{90} = \frac{6}{10}$$

$$\therefore x = 9$$

30. 순환소수 $1.2\dot{6}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5

② 15

③ 60

④ 90

⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.

따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

31. 순환소수 $1.0\dot{3}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 5

② 30

③ 50

④ 90

⑤ 99

해설

$$1.0\dot{3} = \frac{103 - 10}{90} = \frac{31}{30} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 30 \text{ 이다.}$$

32. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이다.
- ② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 정수가 아닌 유리수에는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ② 무한소수 중에서 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ⑤ 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

33. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ② 무한소수는 순환소수이다.
- ③ 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

해설

- ① $0.\dot{1} + 0.\dot{8} = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$ 인 경우가 있으므로 거짓.
- ② 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.
- ⑤ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.