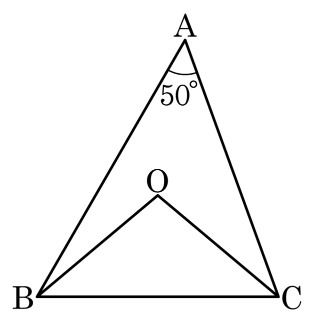
1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50^\circ$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?

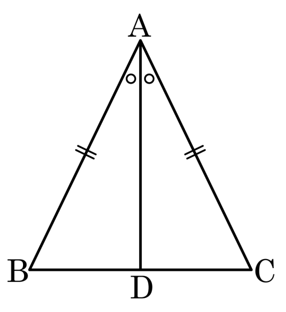


① 110° ② 100° ③ 105° ④ 95° ⑤ 115°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50^\circ \times 2 = 100^\circ$
$\therefore \angle BOC = 100^\circ$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점 을 D라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면 ?



① $\angle B = \angle C$　　② $\overline{AD} = \overline{BC}$

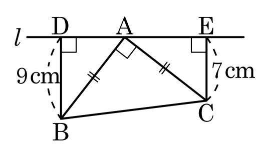
③ $\angle A = \angle B$　　④ $\overline{BD} = \overline{CD}$

⑤ $\angle ADB = \angle ADC$

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle C$
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD} = \overline{CD}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\angle ADB = \angle ADC = 90°$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?



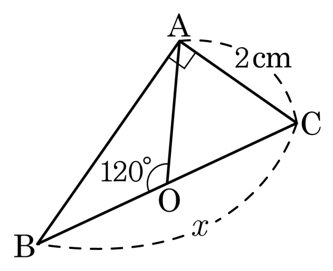
① 81cm^2 ② 96cm^2 ③ 112cm^2

④ 128cm^2 ⑤ 256cm^2

해설

$\triangle ABD$, $\triangle CAE$ 에 대하여
$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,
$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$
$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$
$\overline{AB} = \overline{CA}$
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.
사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?

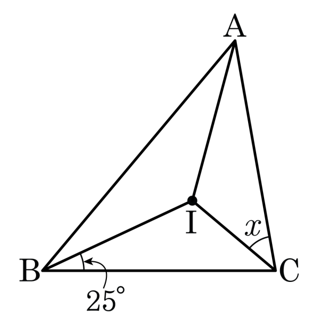


① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60° (\because 180° - \angle AOB)$
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$
$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고. $\angle IBC = 25°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



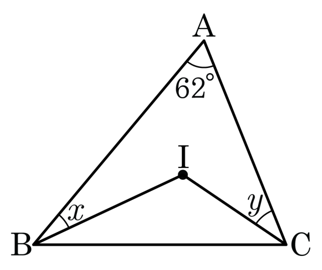
▶ 답 : °

▷ 정답 : 40°

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle B$이고,
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 각의 이등분선의 교점이다.
$\therefore\ \angle x = (180° - 25° \times 4) \div 2 = 40°$

6. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 62° 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 59°　② 60°　③ 61.5°　④ 62°　⑤ 62.5°

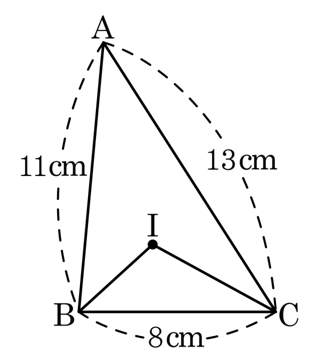
해설

$\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$ 에서 $\angle \mathrm{A} = 121°$

그리고 $\angle \mathrm{IBC} + \angle \mathrm{ICB} = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle \mathrm{ABC} + \angle \mathrm{ACB} = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

7. 삼각형ABC 에서 점 I 는 내심이고 $\triangle ABC = 48\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이는?



① $8\,\text{cm}^2$　② $12\,\text{cm}^2$　③ $14\,\text{cm}^2$

④ $16\,\text{cm}^2$　⑤ $18\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

$= \frac{1}{2}r(11+13+8) = 48$

$r = 3\,\text{cm}$

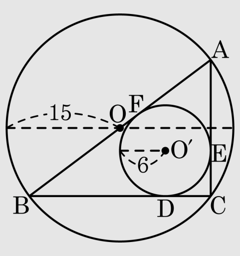
$\triangle IBC = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12(\text{cm}^2)$

8. 직각삼각형 ABC 의 외접원의 반지름이 15, 내접원의 반지름이 6 일 때, 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설



위의 그림과 같을 때,

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AF}} = a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AC}} = a + 6$

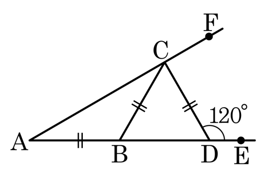
$\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{BO}} = 30$ 이므로

$\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BF}} = 30 - a$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{DC}} = (30 - a) + 6 = 36 - a$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle\mathrm{ABC} &= \frac{1}{2}(\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{CA}}) \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times \left\{30 + (36 - a) + (a + 6)\right\} \times 6 \\ &= 216 \end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle CDE = 120°$ 일 때, $\angle CAB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 30°

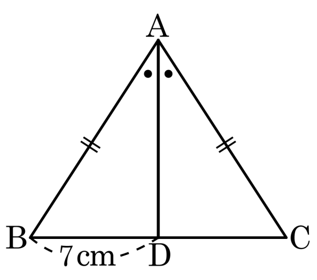
해설

$\angle CBD = \angle CDB = 60°$,

$\angle ABC = 180° - 60° = 120°$

$\therefore \angle CAB = (180° - 120°) \div 2 = 30°$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$일 때, $\overline{CD}$의 길이와 $\angle ADC$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▶ 답: ______ °

▷ 정답: $\overline{CD} = 7$ cm

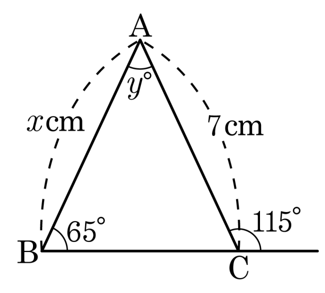
▷ 정답: $\angle ADC = 90$ °

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\therefore\ \overline{CD} = \overline{BD} = 7(\text{cm})$, $\angle ADC = 90°$

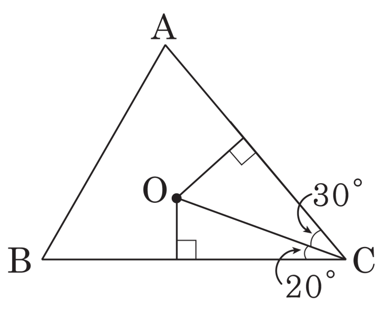
11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 가 주어졌을 때, x, y의 값은?



① $x=6,\ y=50°$
② $x=7,\ y=45°$
③ $x=7,\ y=50°$
④ $x=7,\ y=65°$
⑤ $x=8,\ y=50°$

해설
$\angle ACB = 65°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore x=7$
그리고 $y = 180° - 65° \times 2 = 50°$

12. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 60 °

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = 20°$

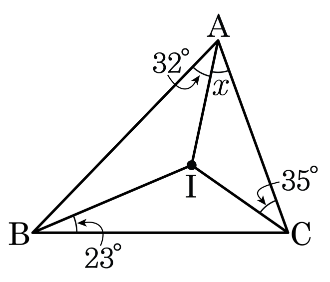
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 에서

$\angle OAB = 90° - (20° + 30°) = 40°$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA = 40°$

$\therefore \angle B = 40° + 20° = 60°$

13. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때 $\angle x$ = (   )° 이다. (   ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



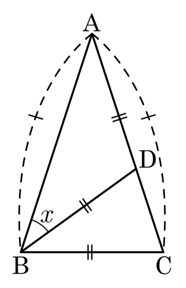
▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다. 따라서 $\angle BAI = \angle CAI = 32°$이다.

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



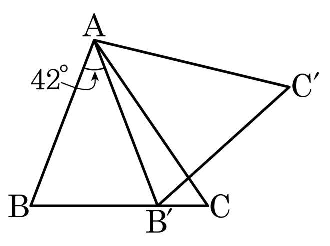
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 36 °

해설

$\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로 $\angle A = \angle ABD = \angle x$
$\overline{BD} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BDC = \angle C = 2\angle x$
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle C = 2\angle x$
$\angle A + \angle ABC + \angle C = 180\,^\circ$ 이므로
$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180\,^\circ$
따라서 $5\angle x = 180\,^\circ$, $\angle x = 36\,^\circ$ 이다.

15. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 를 점 A 를 기준으로 $42°$ 만큼 회전하여 점 B, C 가 각각 B′, C′ 으로 이동한 것이다. 이때, $\angle AB'C'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ________ °

▷ 정답: 69 °

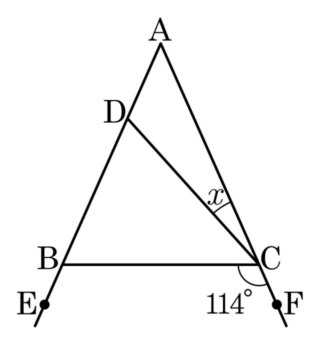
해설

$\overline{AB} = \overline{AB'}$ 이므로

$\angle ABC = (180° - 42°) \div 2 = 69°$

$\therefore \angle AB'C' = \angle ABC = 69°$

16. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $18°$　② $24°$　③ $30°$　④ $36°$　⑤ $42°$

해설

$\triangle ABC$에서

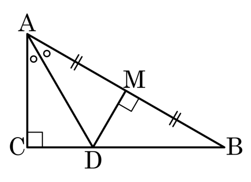
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D 에서 만날 때, $\angle MAD$ 의 크기는?

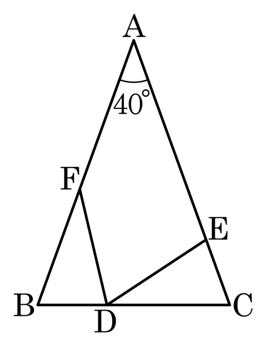


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$
④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA합동),
$\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS합동) 이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM$
한편 $\angle ADC + \angle ADM + \angle BDM = 180°$ 이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM = 60°$
따라서 $\angle MAD = 30°$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 위의 점이고, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle FDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

또, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle FBD \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 대응각으로

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$

$\angle FDE$ 의 크기를 x 라 하면

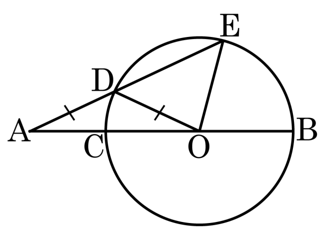
$x + \angle CDE = 70° + \angle BFD$ 이고

$\angle BFD = \angle CDE$ 이므로

$\therefore\ x = 70°$

$\therefore\ \angle FDE = 70°$

19. 다음 그림의 원 O 에서 삼각형 AOD 는 $\angle$D 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형이다. 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}} = a : b$ 라 할 때 $a+b$ 를 구하여라.



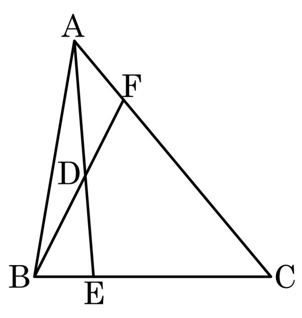
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\angle$DAO $= \alpha$ 라고 하면
$\triangle$DAO 가 이등변삼각형이므로 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 에 대한 중심각의 크기는 α 이고 $\angle$EDO $= 2\alpha$
$\triangle$DOE 는 이등변삼각형이므로 $\angle$AEO $= 2\alpha$
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$ 에 대한 중심각은 삼각형 AOE 의 외각이므로 그 크기는 $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ 이다.
따라서 호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BE}} = 1 : 3$
$\therefore \ a + b = 4$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 1 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DE} = 1 : 1$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 64cm^2일 때, $\triangle ADF$의 넓이는?



① 6cm^2　② 8cm^2　③ 16cm^2
④ 32cm^2　⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ABE : \triangle ACE = 1 : 3$이므로

$\triangle ACE = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 64 = 48(\text{cm}^2)$

$\overline{CD}$를 그으면 $\triangle CAD : \triangle CED = 1 : 1$이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$

또, $\triangle ADF : \triangle CDF = 1 : 3$이므로

$\triangle ADF = \frac{1}{4}\triangle CAD = \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$