

1. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\&= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\&= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0\end{aligned}$$

2. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$ 이 x 에 관한 항등식일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \quad \dots\dots ①$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \quad \dots\dots ②$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \quad \dots\dots ③$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

$$\text{두 식을 연립하면 } b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

3. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x - 2$

③ $x - 3$

④ $x + 1$

⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

4. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설

$$\text{㉡ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

5. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
 $= x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

6. 등식 $x^3 + ax^2 + 2x + b = (x^2 + x + 1)Q(x) + 2x + 1$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$Q(x) = x + c$ 라고 두고 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 0, b = 0, c = -1$ 이므로 $a + b = 0$

해설

$x^3 + ax^2 + 2x + b$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 직접 나눗셈을 하면,

$$\begin{array}{r}
 x + (a-1) \\
 x^2 + x + 1 \overline{) x^3 + ax^2 + 2x + b} \\
 \underline{-(x^3 + x^2 + x)} \\
 (a-1)x^2 + x + b \\
 \underline{-(a-1)x^2 + (a-1)x + (a-1)} \\
 (2-a)x + b - a + 1
 \end{array}$$

$$2 - a = 2, b - a + 1 = 1$$

$$a = 0, b = 0$$

7. 다항식 $f(x)$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$ 일 때, $f(x)$ 를 $(2x-1)(3x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : $12x - 3$

해설

구하는 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$ 을 각각 양변에 대입하면

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3, \quad f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $12x - 3$

8. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1) = (x-c)^2(dx-x^2-1)$$

① -4

② 4

③ 5

④ -5

⑤ 0

해설

$a < c$ 에서 $a \neq c$ 이므로 주어진 등식에서

$$x^2 - bx + 1 = (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2$$

$$x^2 - dx + 1 = (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = 1, d = -2$$

$$\therefore a + b + c + d = 0$$

9. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a - b)(a - c)$ 라 할 때,
 $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a - b)(a - c) + (b - c)(b - a) + (c - a)(c - b) = 0$$

$$\text{전개하여 정리하면 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a - b)(a - c) = 0$$

10. 세 변의 길이가 x, y, z 인 삼각형 ABC에서 등식 $(x^4 - y^4)(x + y) - 2(x^3 - y^3)z^2 + (x - y)z^4 = 0$ 이 성립할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① $z = x$ 인 이등변삼각형, 또는 y 가 빗변인 직각삼각형

② $y = z$ 인 이등변삼각형, 또는 x 가 빗변인 직각삼각형

③ x 가 빗변인 직각삼각형

④ y 가 빗변인 직각삼각형

⑤ $x = y$ 인 이등변 삼각형, 또는 z 가 빗변인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}
 & (x^4 - y^4)(x + y) - 2(x^3 - y^3)z^2 + (x - y)z^4 \\
 &= (x - y)(x + y)^2(x^2 + y^2) - 2(x - y)(x^2 + xy + y^2)z^2 + (x - y)z^4 \\
 &= (x - y)\{(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 + y^2) - 2(x^2 + xy + y^2)z^2 + z^4\} \\
 &= (x - y)\{x^4 + x^2y^2 + 2x^3y + 2xy^3 + x^2y^2 + y^4 - 2x^2z^2 - 2xyz^2 - 2y^2z^2 + z^4\} \\
 &= (x - y)\{x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2 + 2xy(x^2 + y^2 - z^2)\} \\
 &= (x - y)\{(x^2 + y^2 - z^2)^2 + 2xy(x^2 + y^2 - z^2)\} \\
 &= (x - y)(x^2 + y^2 - z^2)(x^2 + y^2 - z^2 + 2xy) = 0 \\
 &\therefore x = y \text{인 이등변 삼각형 또는 } z \text{가 빗변인 직각 삼각형} \\
 &(\because x^2 + y^2 - z^2 + 2xy = (x + y)^2 - z^2 \text{에서 삼각형의 변인 } x, y, z \text{는 } x + y \neq z)
 \end{aligned}$$