

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a(b+1) + (b+1) = (a+1)(b+1)$

② $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1 = (x+y-1)^2$

③ $x^2 + 4x + 4 - y^2 = (x+y+2)(x-y+2)$

④ $(x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = -8x(x-2y)$

⑤ $(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 = (x+1)(x-6)$

해설

⑤ $x-3 = X$ 라고 하면

$$(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 = X^2 + 2X - 8$$

$$= (X+4)(X-2)$$

$$= (x-3+4)(x-3-2)$$

$$= (x+1)(x-5)$$

2. $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 3 &= (x - 3)(x - 1) \\ 2x^2 - 3x - 9 &= (2x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

3. 다음 중 201^2 의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을 바르게 나타낸 것은? (단, a, b, c, d 는 자연수)

① $(a - b)^2$

② $(a + b)^2$

③ $(ax + b)(cx + d)$

④ $(a + b)(a - b)$

⑤ $(x + a)(x - b)$

해설

$$201^2 = (200 + 1)^2 = 40000 + 400 + 1 = 40401$$

4. 두 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

① $x = -3$

② $x = 0$

③ $x = 2$

④ $x = 3$

⑤ $x = 9$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, 3$$

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서, 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

5. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근 일 때, a 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 6)(x + 2) = 0$ 이다.

$x = 6, -2$

음수의 근 -2 가 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로

$$(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

6. 이차방정식 $(x - 4)^2 = 8$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(x - 4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a + b = (4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) = 8$$

7. $3a^2b - ab$ 의 인수가 아닌 것은?

① 1

② a

③ b

④ ab

⑤ a^2b

해설

$3a^2b - ab = ab(3a - 1)$ 이므로 $3ab^2 - ab$ 의 인수에 a^2b 는 없다.

8. 두 실수 a, b 에 대하여 $a - b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2 - 6ab + 9b^2} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$ 을 간단히 하면?

① $-2a - 1$

② $3b - 1$

③ $3b + 1$

④ $-2a + 3b - 1$

⑤ $2a + 3b + 1$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 - 6ab + 9b^2} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a - 3b)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$$

$$= |a - 3b| - |a - 1|$$

$$= -a + 3b + a - 1 = 3b - 1$$

9. 다음 식에서 상수 A , B 의 값을 구하여라.
 $(x + A)(3x - 3) = 3x^2 + 3x - B$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 2$

▷ 정답 : $B = 6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) \quad &= 3x^2 - 3x + 3Ax - 3A \\ &= 3x^2 + 3x - B\end{aligned}$$

$$-3 + 3A = 3$$

$$\therefore A = 2$$

$$-3A = -3 \times 2 = -6 = -B$$

$$\therefore B = 6$$

10. $x^2 - 3x = 7$ 일 때, $x(x-1)(x-2)(x-3) + 4$ 의 값은?

- ① 28 ② 35 ③ 63 ④ 67 ⑤ 140

해설

$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + 4$ 에서 $7(7 + 2) + 4 = 67$ 이다.

11. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} \\ &= \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

12. 밑면의 가로와 세로가 각각 $x + y$, $2x + 1$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + 2x^2y + 7x^2 + 7xy + 3x + 3y$ 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x^2 + 7x + 3)y + 2x^3 + 7x^2 + 3x \\&= (2x^2 + 7x + 3)y + (2x^2 + 7x + 3)x \\&= (x + y)(2x^2 + 7x + 3) \\&= (x + y)(2x + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

정육면체이므로

$$x + y = 2x + 1 = x + 3$$

$$2x + 1 = x + 3$$

$$x = 2, y = 3$$

(한 모서리의 길이)

$$= x + y = 2x + 1 = x + 3 = 5$$

13. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해 중 $2x + 3 < 6$ 를 만족하는 것을 a 라 할 때, a 의 값은?

㉠ $1 - \sqrt{3}$

㉡ $1 + \sqrt{3}$

㉢ $2 - \sqrt{3}$

㉣ $2 + \sqrt{3}$

㉤ $3 - \sqrt{3}$

해설

$x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = 1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$$

$$2x + 3 < 6, x < \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } a = 1 - \sqrt{3}$$

14. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{5}$ 일 때 a 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 에 $1 - \sqrt{5}$ 를 대입하면

$$(1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}) + a = 0$$

$$1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5} + a = 0$$

$$\therefore a = -4$$

15. $x = \alpha$ 가 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 한 근일 때, $\alpha - \frac{2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 + 3\alpha - 2 = 0$

양변을 α 로 나누어 주면 $\alpha + 3 - \frac{2}{\alpha} = 0$

$\therefore \alpha - \frac{2}{\alpha} = -3$

16. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $-3 + \sqrt{10}$ 일 때, 다른 한 근과 a 의 값이 옳게 짝지어진 것은?

① $3 - \sqrt{10}, a = -1$

② $3 + \sqrt{10}, a = -1$

③ $-3 - \sqrt{10}, a = -19$

④ $3 - \sqrt{10}, a = -19$

⑤ $-3 - \sqrt{10}, a = -1$

해설

주어진 방정식의 다른 한 근을 α 라 하면, 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (-3 + \sqrt{10}) = -6$$

$$\therefore \alpha = -3 - \sqrt{10}$$

두 근의 곱에서

$$a = (-3 + \sqrt{10})(-3 - \sqrt{10}) = 9 - 10 = -1$$

17. 두 이차방정식 $x^2 + 3x - 4 = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$ 의 공통인 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -4, x = 1$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -4, x = 3$$

18. 이차방정식 $\frac{x^2}{4} + (a-1)x + 4 = 0$ 중근을 가질 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x^2}{4} + (a-1)x + 4 = 0$$

양변에 4 를 곱하면

$$x^2 + 4(a-1)x + 16 = 0$$

$$\left\{ \frac{4(a-1)}{2} \right\}^2 = 16$$

$$4(a-1)^2 = 16$$

$$a-1 = \pm 2, \quad a = 3 (\because a > 0)$$

19. 다음 보기에서 해가 없는 이차방정식을 모두 골라라. (단, 완전제곱식을 이용하여라.)

보기

㉠ $x^2 - 3x + 5 = 0$

㉡ $x^2 + 4x + 2 = 0$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $x^2 - 3x = -5$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -5 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{11}{4}$$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

㉡ $x^2 + 4x = -2$

$$x^2 + 4x + 4 = -2 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 2$$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면 $x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{3}{2}$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{3}{2} + \frac{4}{9}$$

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{35}{18}$$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$ 에서 양변에 3 을 곱하면 $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0$

$$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{16}$$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

20. $Ax^2 + 36x + B = (2x + C)^2$ 에서 양수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 4

② 9

③ 81

④ 90

⑤ 94

해설

$Ax^2 + 36x + B = 4x^2 + 2 \times 2Cx + C^2$ 이므로 $A = 4, B = 81, C = 9$ 이다.

따라서 $A + B + C = 4 + 81 + 9 = 94$ 이다.

21. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

㉠ $3x - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$

㉡ $4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : C

▶ 정답 : B

▶ 정답 : A

▶ 정답 : D

해설

㉠ $3x - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$

$\therefore A = -2, B = 3$

㉡ $4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$

$\therefore C = 4, D = -3$

$A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

22. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(2a - b)^2 - (2a + b)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$$\begin{aligned} & (2a - b)^2 - (2a + b)^2 \\ &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\ &= 4a \times (-2b) \\ &= -8ab \end{aligned}$$

23. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x + y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$6 = 3^2 - 2xy$$

$$\therefore xy = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$6 = (x - y)^2 + 3$$

$$\therefore x - y = \sqrt{3} \text{ (} \because x > y \text{)}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$