

1. 두 다항식  $A = 3x - y + 1$ ,  $B = -x + 2y - 2$ 에 대하여  $A - B$ 의 계산결과로 맞는 식은?

- ①  $2x - 3y - 1$       ②  $4x + y - 1$       ③  $2x + 3y + 3$   
④  $4x - 3y + 3$       ⑤  $2x + y - 1$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= (3x - y + 1) - (-x + 2y - 2) \\ &= 3x - y + 1 + x - 2y + 2 \\ &= 4x - 3y + 3 \end{aligned}$$

2. 다항식  $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을  $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

∴ 몫 :  $2x - 1$ , 나머지 :  $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

3. 등식  $x^2 + 2x + 3 = a(x-1)^2 + bx + c$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 정할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x-1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b-2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

4. 등식  $2x^2 + 10x - 18 = a(x-2)(x+3) + bx(x-2) + cx(x+3)$  이  $x$  에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$  의 값을 정할 때,  $a - b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

양변에  $x = 0$  을 대입하면,  
 $-18 = -6a \quad \therefore a = 3$   
양변에  $x = 2$  를 대입하면  
 $10 = 10c \quad \therefore c = 1$   
양변에  $x = -3$  을 대입하면,  
 $-30 = 15b, \quad \therefore b = -2$   
 $\therefore a - b + c = 3 + 2 + 1 = 6$

5. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 를 일차식  $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10      ② 10      ③ -4      ④ 4      ⑤ 0

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R \text{ 이라고 놓으면}$$

$$f(-1) = R$$

$$\therefore f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$$

$$\text{따라서 } R = -10$$

6. 등식  $\frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} = 1 - \frac{i}{5}$  를 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $16xy$  의 값은?

- ① 97      ② 98      ③ 99      ④ 100      ⑤ 101

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} \\ &= \frac{x(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} + \frac{y(1+2i)}{(1+2i)(1-2i)}\end{aligned}$$

$$\frac{(x+y) + 2(y-x)i}{5} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x+y}{5} + \frac{2(y-x)i}{5} = 1 - \frac{i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{x+y}{5} = 1, \quad \frac{2(y-x)}{5} = -\frac{1}{5}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{11}{4}, \quad y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 16xy = 16 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{9}{4} = 99$$

7. 다음 계산 중 틀린 것은?

①  $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

②  $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③  $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④  $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤  $-16$  의 제곱근은  $\pm 4i$

해설

①  $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

②  $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$   
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$   
 $= -i + 1 + i - 1$   
 $= 0$

③  $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④  $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤  $-16$  의 제곱근은  $\pm \sqrt{-16} = \pm 4i$

8. 복소수  $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$  에 대하여  $z^2$  을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $z^2 = i$

해설

$$z = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \text{ 이므로 } z^2 = \frac{1+2i-1}{2} = i$$

9.  $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 2$

▷ 정답 :  $x = 3$

해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

10. 이차함수  $y = 2x^2 + kx - k$  의 그래프가  $x$ 축과 만나도록 하는 상수  $k$ 의 값이 아닌 것은?

- ① -8      ② -1      ③ 0      ④ 5      ⑤ 8

해설

이차방정식  $2x^2 + kx - k = 0$ 에서  $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야

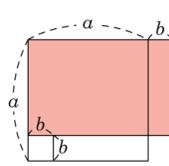
하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

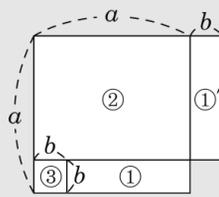
따라서 위의  $k$ 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

11. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ③  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$   
 ④  $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$   
 ⑤  $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설



$$(a+b)(a-b) = ①' + ②$$

$$①' = ① \text{ 이므로}$$

$$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$$

$$\therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

12. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2$ ,  $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

13.  $(a-b+c)(a+b-c)$ 를 전개한 식은?

①  $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

②  $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④  $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤  $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a-b+c)(a+b-c) \\ &= \{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\} \\ &= a^2 - (b-c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

14.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면  
 $a = -1, b = -1, c = -2$   
 $\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$

15.  $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i$  일 때,  $z_1^3 + z_2^3$  의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $4 - 2i$

②  $0$

③  $20$

④  $-2 + 4i$

⑤  $-4$

해설

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= 2, \quad z_1 z_2 = 2 \\ z_1^3 + z_2^3 &= (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2) \\ &= 8 - 12 \\ &= -4 \end{aligned}$$

16. 복소수  $z$ 와 그 켤레복소수  $\bar{z}$ 에 대하여 다음을 만족하는  $z$ 를 구하면?

$$z + \bar{z} = 4, \quad z \cdot \bar{z} = 7$$

- ①  $z = 1 \pm \sqrt{3}i$       ②  $z = 2 \pm \sqrt{3}i$       ③  $z = 3 \pm \sqrt{3}i$   
④  $z = 1 \pm 2\sqrt{3}i$       ⑤  $z = 2 \pm 2\sqrt{3}i$

해설

$$\begin{aligned} z &= a + bi \\ z + \bar{z} &= 2a = 4, z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 7 \\ \therefore a &= 2, b = \pm \sqrt{3} \\ \therefore z &= 2 \pm \sqrt{3}i \end{aligned}$$

17. 방정식  $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -1

해설

i)  $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로,  $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii)  $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로,  $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서  $x = 3$  또는  $x = -1$

18. 이차방정식  $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수  $k$  값은?

- ① -8      ② -4      ③ -2      ④ 5      ⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

$x^2$ 의 계수는  $1 - k \neq 0$  이어야 한다.

따라서  $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식  $D < 0$  이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

19. 계수가 실수인  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이  $m$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는  $a, b$ 값의 합은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a-m-1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

$m$ 의 값에 관계없이

$$2(-a+1)m + (-2a+b+1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a+1) = 0, -2a+b+1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

20. 이차방정식  $x^2 + (a+1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근을  $\beta, \beta^2$ 이라 할 때,  $a + \beta + \beta^2$ 의 값은?

- ① -3    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 3

해설

두 근의 합은  $\beta + \beta^2 = -a - 1$ 이므로  
 $a + \beta + \beta^2 = a - a - 1 = -1$

21.  $x^2 + ax + b = 0$  ( $a, b$ 는 실수)의 한 근이  $1+i$  일 때,  $a$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

한 근이  $1+i$  이므로,  
켈레근  $1-i$  도 식의 근.  
 $(1+i) + (1-i) = -a$   
 $\therefore a = -2$

22. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단,  $a, b, c$ 는 실수이다.)

- ① 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면  $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.
- ② 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면  $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.
- ③ 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은  $ab < 0$ 이다.
- ④ 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면,  $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ⑤ 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단,  $a \neq 0$ )

**해설**

③ 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은  $ac < 0$ 이다.

23.  $-1 \leq x \leq 4$  의 범위에서 함수  $f(x) = x^2 - 2x + 2$  의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

주어진 식을 완전제곱으로 고치면

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1) + 1 = (x-1)^2 + 1$$

따라서 함수  $f(x)$  는 점(1, 1) 을 꼭지점으로 하는

아래로 볼록한 포물선이다.

그러므로  $-1 \leq x \leq 4$  의 범위에서

최솟값은  $x = 1$  일 때 1 이고,

최댓값은  $x = 4$  일 때, 10 이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은  $10 + 1 = 11$

24. 다음 이차함수  $y = x^2 - 2x - 2$  의  $x$ 의 범위가  $-2 \leq x \leq 2$  일 때, 이 함수의 최댓값은?

- ① -3      ② -2      ③ 0      ④ 6      ⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x-1)^2 - 3$   
 $-2 \leq x \leq 2$  이므로  $x = 1$  에서 최솟값,  
 $x = -2$  에서 최댓값을 갖는다.  
 $\therefore$  최댓값 :  $(-2-1)^2 - 3 = 6$

25. 방정식  $x^6 - 1 = 0$ 의 해가 아닌 것은?

①  $-1$

②  $1$

③  $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

④  $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤  $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$

해설

$$x^6 - 1 = (x^3 + 1)(x^3 - 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$
$$\Rightarrow x = -1, 1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

26. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서  
 $x^2 = t$ 로 놓으면  
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t-4)(t-9) = 0$   
 $\therefore t = 4$  또는  $t = 9$   
(i)  $t = 4$ 일 때,  $x^2 = 4$   
 $\therefore x = \pm 2$   
(ii)  $t = 9$ 일 때,  $x^2 = 9$   
 $\therefore x = \pm 3$   
따라서 모든 해의 합은  
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

27.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ①  $-5$       ②  $-3$       ③  $-1$       ④  $1$       ⑤  $3$

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 이므로  $x = -1$ 을 대입하면  
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$   
 $\therefore k = 3$

28. 다항식  $(a-b)(a^2+ab+b^2)$  을 전개하면?

①  $a^2 - b^2$

②  $a^3 - b^3$

③  $a^3 + b^3$

④  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑤  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

공식 :  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

29. 두 다항식  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ ,  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -21    ② -15    ③ -5    ④ -1    ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^4$ 항의 계수는  $x^3$ 의 계수와는 관계가 없다.  
따라서  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수와  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는 같다.  
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

30. 다음 중  $x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$ 의 인수가 아닌 것은?

- ①  $x-1$     ②  $x+1$     ③  $x-3$     ④  $x+3$     ⑤  $x+2$

해설

준식을 인수정리와 조립제법을 이용하여 정리하면

$$(x-1)(x-3)(x+2)(x+3) = 0$$

※ 최고차항의 계수가 1 인 다항식에서 인수정리를 사용할 때, 상수항의 약수 중에서 대입하여 0이 되는 정수를 찾아본다.

31.  $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$  의 값을  $a$  라 할 때,  $\frac{a+1}{a-1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

32.  $a+b+c=1$ ,  $a^2+b^2+c^2=5$ ,  $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때,  $abc$ 의 값은?

- ①  $-\frac{5}{3}$       ② 0      ③  $\frac{5}{3}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5 + 2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

33. 복소수  $(1-xi)(1-i)$ 가 순허수가 되도록 실수  $x$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 1$

해설

$(1-xi)(1-i) = (1-x) + (-1-x)i$   
순허수이려면 실수부가 0  $\Rightarrow 1-x = 0$ ,  
 $x = 1$

34.  $\alpha, \beta$  가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$  는 각각  $\alpha, \beta$  의 켈레복소수이고  $i = \sqrt{-1}$ )

- ㉠  $\alpha = \bar{\beta}$  이면,  $\alpha + \beta, \alpha\beta$  는 모두 실수이다.  
 ㉡  $\alpha = \bar{\beta}$  일 때,  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  이다.  
 ㉢  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$  이면  $\alpha = 0$  이고  $\beta = 0$  이다.  
 ㉣  $\alpha + \beta i = 0$  이면  $\alpha = 0$  이고  $\beta = 0$  이다.

① ㉡, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉣

해설

- $\alpha = a + bi, \beta = a - bi$  ( $a, b$  는 실수)  
 ㉠  $\alpha + \beta = 2a, \alpha\beta = a^2 + b^2$   
 ㉡  $\alpha\beta = 0, a^2 + b^2 = 0, a = 0, b = 0$   
 ㉢ (반례)  $\alpha = 1, \beta = i$   
 ㉣ (반례)  $\alpha = 1, \beta = i$

35.  $a - b < 0$  이고  $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$  일 때,  $\sqrt{(a-b)^2} - |a+b|$  를 간단히 하면?

①  $b$

②  $2b$

③  $a - 2b$

④  $2a + b$

⑤  $0$

해설

$a - b < 0$ ,  $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$  이므로  $a < 0$ ,  $b < 0$

따라서  $a - b < 0$ ,  $a + b < 0$  이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2} - |a+b| &= |a-b| - |a+b| \\ &= -(a-b) + (a+b) \\ &= -a + b + a + b = 2b\end{aligned}$$

36. 이차방정식  $x^2 - ax + 12 = 0$ 의 두 근이 3,  $b$ 일 때,  $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = 3$ 이  $x^2 - ax + 12 = 0$ 의 근이므로  
 $9 - 3a + 12 = 0 \quad \therefore a = 7$   
이 때  $x^2 - 7x + 12 = 0$ 에서  $(x-3)(x-4) = 0$   
그러므로  $x = 3$  또는  $x = 4$   
 $\therefore b = 4 \quad \therefore ab = 28$

37. 이차방정식  $x^2 - 14kx + 96k = 0$ 의 두 근의 비가 3 : 4일 때, 양수  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $k = 2$

해설

두 근을  $3\alpha$ ,  $4\alpha$ 라고 하면  
근과 계수의 관계에 의하여  
 $3\alpha + 4\alpha = 14k \cdots \cdots \text{㉠}$   
 $3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \cdots \cdots \text{㉡}$   
 $\text{㉠}$ 에서  $7\alpha = 14k \therefore \alpha = 2k \cdots \cdots \text{㉢}$   
 $\text{㉡}$ 에서  $12\alpha^2 = 96k \therefore \alpha^2 = 8k \cdots \cdots \text{㉣}$   
 $\text{㉢}$ 을  $\text{㉣}$ 에 대입하면  $4k^2 = 8k$ ,  $4k(k - 2) = 0$   
 $\therefore k = 0$  또는  $k = 2$   
따라서 양수  $k$ 의 값은  $k = 2$ 이다.

38. 이차방정식  $x^2 - (p+1)x + \frac{1}{4}q - 1 = 0$  의 두 근의 차가 1 이 되는  $q$  의 최솟값은 ?

- ①  $\sqrt{2}$     ② 3    ③  $3\sqrt{2}$     ④ 5    ⑤  $3\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 하면,

$$\alpha + \beta = p + 1, \quad \alpha\beta = \frac{1}{4}q - 1$$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \\ = \sqrt{(p + 1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}q - 1\right)} = 1$$

제곱하여 정리하면  $q = (p + 1)^2 + 3$   
따라서  $q$  의 최솟값은 3

39.  $m$ 이 실수일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 의 두 실근  $\alpha, \beta$ 에 대하여  $\alpha\beta$ 의 최댓값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$x^2 + 2mx + 2m^2 - 2m - 3 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (2m^2 - 2m - 3) \geq 0$$

$$m^2 - 2m - 3 \leq 0, (m+1)(m-3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq m \leq 3$$

한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta = 2m^2 - 2m - 3 = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{2}$$

이 때,  $-1 \leq m \leq 3$ 이므로  $m = 3$ 일 때

$\alpha\beta$ 의 최댓값은 9이다.

40.  $x, y$ 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$$

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} & 2x - x^2 + 4y - y^2 + 3 \\ &= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3 \\ &= -(x-1)^2 - (y-2)^2 + 8 \end{aligned}$$

$x, y$ 는 실수이므로  $(x-1)^2 \geq 0, (y-2)^2 \geq 0$   
따라서  $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$ 은  
 $x-1=0, y-2=0$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

41.  $2^{16} - 1$ 은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \text{ 임을 이용하여 } 2^{16} - 1 \text{ 을 인수분해하면} \\ 2^{16} - 1 &= (2^8)^2 - 1^2 \\ &= (2^8 + 1)(2^8 - 1) \\ &= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1) \\ &= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1) \\ &= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1) \\ &= 257 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3 \end{aligned}$$

따라서  $2^{16} - 1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

42. 등식  $(1+x+x^2)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 의 값은?

- ① 28      ② 26      ③ 15      ④ 14      ⑤ 13

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$3^3 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_8 - \text{㉠}$$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면

$$1^3 = a_0 - a_1 + a_2 + \dots + a_8 - \text{㉡}$$

$$\text{㉠} - \text{㉡} : 26 = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 13$$

43. 다항식  $f(x)$ 를 두 일차식  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x^2-3x+2$ 로 나눌 때 나머지는?

①  $x+3$

②  $-x+3$

③  $x-3$

④  $-x-3$

⑤  $-x+1$

해설

$f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로  $f(1)=2, f(2)=1$ , 구하는 나머지를  $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각  $x=1$ ,  $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면  $a = -1, b = 3$

$\therefore$  구하는 나머지는  $-x+3$

44.  $x$ 의 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때,  $(x^2-x+3)f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10      ② 6      ③ 0      ④ 30      ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x) + R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

45. 세 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $[x, y, z] = xy^2 - y^2z$ 라 하자.  $x - y = 2$ ,  $xy - yz - zx = 1$ 이라 할 때,  $[y, x, z] + [z, y, x]$ 의 값은?

- ① 0      ② -2      ③ 2      ④ -4      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} [y, x, z] &= yx^2 - x^2z, [z, y, x] = zy^2 - y^2x \\ [y, x, z] + [z, y, x] &= yx^2 - x^2z + zy^2 - y^2x \\ &= xy(x - y) - z(x^2 - y^2) \\ &= (x - y)(xy - yz - zx) \\ &= 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

46. 이차함수  $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$  의 그래프와 직선  $y = x + 12 - a^2$  이 서로 다른 두 점에서 만나고, 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

이차함수  $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$  의 그래프와 직선  $y = x + 12 - a^2$  의 교점의  $x$ 좌표는 이차방정식  $x^2 - (a^2 - 4a + 3)x = x + 12 - a^2$

즉,  $x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 - 12 = 0$  의 두 근이다.

그런데 두 교점이 원점에 대하여 대칭이므로 위의 이차방정식의 두 근의 합은 0이고, 두 근의 곱은 음이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a^2 - 4a + 4 = 0 \text{ 에서 } (a - 2)^2 = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$a^2 - 12 < 0 \text{ 에서 } -2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 2$$

47. 이차함수  $y = (x-5)^2 + 1$  의 그래프와 직선  $y = a$  가 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자.  $PQ = 10$  일 때, 상수  $a$  의 값은?

- ① 16      ② 20      ③ 22      ④ 26      ⑤ 30

해설

이차함수  $y = (x-5)^2 + 1$  의 그래프는  
직선  $x = 5$  에 대하여 대칭이고  
 $PQ = 10$  이므로 두 점 P, Q 의  $x$  좌표는  
각각 0, 10 이다.  
따라서 점 P (또는 Q) 의  $y$  좌표를 구하면  
 $(0-5)^2 + 1 = 26$  이므로  
 $\therefore a = 26$

48. 1200 명이 들어갈 수 있는 어느 소극장에서 입장권을 6000 원에 팔면 평균 600 명의 관중이 입장한다. 시장조사에 의하면, 입장료를 500 원씩 내리면 100 명씩 더 온다고 조사가 되었다. 이 때, 수입을 최대로 하기 위한 입장권의 가격은?

- ① 3000 원                      ② 3500 원                      ③ 4000 원  
④ 4500 원                      ⑤ 5000 원

**해설**

수입을  $f(x)$  라고 하면,

$$\begin{aligned} f(x) &= (6000 - 500x)(600 + 100x) \\ &= -50000x^2 + 300000x + 3600000 \\ &= -50000(x - 3)^2 + 4050000 \end{aligned}$$

$x = 3$  일 때 최대이다.

즉, (입장권 가격) =  $6000 - 500 \times 3 = 4500$  원.

49. 사차방정식  $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$  을 만족하는 모든 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$  의 양변을  $x^2$  으로 나누면

$$x^2 + x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$x + \frac{1}{x} = t$  로 치환하면

$$t^2 + t = 0, t(t+1) = 0$$

$$\therefore t = 0 \text{ 또는 } t = -1$$

$$(i) x + \frac{1}{x} = 0 \text{ 일 때, } x^2 + 1 = 0$$

$$\therefore x = \pm i$$

$$(ii) x + \frac{1}{x} = -1 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + 1 = -x, x^2 + x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 근은

$$x = \pm i \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore (-i) + i + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = -1$$

50. 다음 중  $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

①  $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

②  $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③  $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④  $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤  $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이  $1+i$ 이면

다른 한 근은  $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

$\therefore$  ①이 조건에 맞다