**1.** 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x-2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3-9x^2+27x-27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16}-1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x+2y$

③ $(-x+3)^3 = -x^3+9x^2-27x+27$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8-1$

**2.** $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$ 의 값은?

① $-26 - 25i$ ② $-26 + 25i$ ③ $0$

④ $-25 + 26i$ ⑤ $25 + 26i$

해설

$i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$

$= \{i + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-i) + 4 \cdot 1\} + \{5i + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot (-i) + 8 \cdot 1\}$

$+ \cdots + \{45i + 46 \cdot (-1) + 47 \cdot (-i) + 48 \cdot 1\} + 49i + 50 \cdot (-1)$

$12(2 - 2i) + 49i - 50 = -26 + 25i$

**3.** $x$에 대한 이차방정식 $kx^2+(2k+1)x+6=0$의 해가 $2$, $\alpha$일 때, $k+\alpha$의 값을 구하면?

① $-1$ ② $-2$ ③ $-3$ ④ $-4$ ⑤ $-5$

해설

해가 $2, \alpha$라면 방정식에 $2$를 대입하면 $0$이 된다.

$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$

$4k + 4k + 8 = 0$에서 $k = -1$

$k = -1$을 방정식에 대입하고 $\alpha$를 구한다.

$-x^2 - x + 6 = 0,\ x^2 + x - 6 = 0$

$(x+3)(x-2) = 0,\ x = 2, -3$

$\therefore k = -1,\ \alpha = -3$

$\therefore\ k + \alpha = -4$

**4.** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 $-3$ 을 가진다. 이 때, $abc$ 의 값은?

① $-10$ ② $-8$ ③ $-6$ ④ $-4$ ⑤ $-2$

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1,\ 5)$ 를 대입하면 $a = 2$
따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면
$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2,\ b = 4,\ c = -1$
$\therefore\quad abc = -8$

**5.** $x^4-8x^2-9$를 $x$에 대한 일차식만의 곱으로 인수분해할 때, 계수는 다음 중 어떤 수라 할 수 있는가?

① 정수 ② 유리수 ③ 무리수

④ 실수 ⑤ 복소수

해설

$$\begin{aligned} x^4-8x^2-9 &= (x^2-9)(x^2+1) \\ &= (x+3)(x-3)(x^2+1) \\ &= (x+3)(x-3)(x+i)(x-i) \end{aligned}$$

$\therefore$ 복소수

**6.** $\dfrac{2006^3-1}{2006\times 2007+1}$ 의 값을 구하면?

① 2005　② 2006　③ 2007　④ 2008　⑤ 2009

**해설**

$a=2006$ 로 놓으면

$$(\text{준식})=\frac{a^3-1}{a(a+1)+1}=\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$$

$$=a-1=2005$$

**7.** $x+y-1=0$일 때, 다음 중 $2x^2+y^2-xy-8$의 인수인 것은?

① $x-1$　　② $x+1$　　③ $x+2$

④ $4x+5$　　⑤ $4x+7$

해설

$x+y-1=0$에서 $y=-x+1$

$\therefore\ 2x^2+y^2-xy-8$

$=2x^2+(-x+1)^2-x(-x+1)-8$

$=4x^2-3x-7$

$=(4x-7)(x+1)$

**8.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $-2$의 제곱근은 $\sqrt{2}i$와 $-\sqrt{2}i$이다.

② $\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}=-\sqrt{(-2)(-3)}$

③ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

④ $\dfrac{\sqrt{-8}}{\sqrt{-2}}=\sqrt{\dfrac{-8}{-2}}$

⑤ $-\sqrt{-16}=-4i$

해설

③ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2i}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

**9.** $x$에 대한 이차방정식 $ax^2+2(a-1)x-(a+1)=0$은 어떤 근을 갖는지 판별하시오. (단, $a$는 실수)

① 중근
② 한 실근과 한 허근
③ 서로 다른 두 실근
④ 서로 같은 두 실근
⑤ 서로 다른 두 허근

해설

$ax^2+2(a-1)x-(a+1)=0$

$\dfrac{D}{4}=(a-1)^2+a(a+1)$

$=a^2-2a+1+a^2+a$

$=2a^2-a+1=2\left(a^2-\dfrac{1}{2}a\right)+1$

$=2\left(a^2-\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{16}\right)+1-\dfrac{1}{8}$

$=2\left(a-\dfrac{1}{4}\right)^2+\dfrac{7}{8}>0$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

**10.** 이차방정식 $x^2-(k-1)x+k=0$의 두 근의 비가 $2:3$일 때, 실수 $k$ 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근의 비가 $2:3$이므로 두 근을 $2\alpha,\ 3\alpha$라 하면

$2\alpha+3\alpha=5\alpha=k-1\quad\cdots\cdots$ ㉠

$(2\alpha)(3\alpha)=6\alpha^2=k\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠에서 $\alpha=\dfrac{k-1}{5}$,

이것을 ㉡에 대입하면 $6k^2-37k+6=0$

$\therefore\ k=6,\ \dfrac{1}{6}$

**11.** 이차다항식 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 두근의 합이 12일 때, 이차방정식 $f(2x)=0$의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하고

$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0$라 놓으면

$f(2x)=a(2x-\alpha)(2x-\beta)=0$

$$a\left(x-\frac{\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta}{2}\right)=0, \left(x-\frac{\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta}{2}\right)=0$$

$\alpha+\beta=12$ 이므로

이 방정식의 두 근 $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\beta}{2}$ 의 합은

$$\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{12}{2}=6$$

**12.** 함수 $y=(x^2-2x+3)^2-2(x^2-2x+3)+1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t=x^2-2x+3$ 으로 놓으면
$y=t^2-2t+1=(t-1)^2\cdots$㉠
또, $t=(x-1)^2+2$ 이므로
$t\geq 2\cdots$㉡
㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은
$t=2$일 때 1이다.

**13.** $x$에 관한 삼차방정식 $x^3-3x^2+2x+4=0$의 세 근을 $\alpha, \beta, \gamma$라고 할 때 $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\alpha+\beta+\gamma=3,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2,\ \alpha\beta\gamma=-4$이므로

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$

$=1-3+2+4=4$

**14.** 연립방정식 $\begin{cases} 2x + ay = 3 \\ ax + 2y = 3 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 $a$의 값을 구하면? (단, $a \neq 0$)

① $-2$ ② $2$ ③ $-2,\ 2$ ④ $-4,\ 4$ ⑤ $4$

해설

$\dfrac{2}{a} = \dfrac{a}{2} \neq \dfrac{3}{3}$ 즉, $a^2 = 4$

$\therefore\ a = \pm 2$

한편, $a = 2$이면 부정이 된다.

$\therefore\ a = -2$

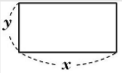
**15.** 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $x$cm, $y$cm 라 하면




$x = y + 5 \quad \cdots\cdots ㉠$

또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로

$2(x + y) = 34$ 즉, $x + y = 17 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$y + 5 + y = 17,\ 2y = 12$

$\therefore\ y = 6$

$y = 6$을 ㉠에 대입하면 $x = 11$

$\therefore\ xy = 11 \times 6 = 66$

**16.** $a+b+c=1,\ ab+bc+ca=1,\ abc=1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 3　② $-3$　③ 1　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{9}$

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$1=a^2+b^2+c^2+2$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=-1$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$a^3+b^3+c^3-3=1\cdot(-1-1)=-2$

$\therefore\ a^3+b^3+c^3=1$

**17.** $x - \dfrac{1}{x} = 1$일 때, $x^5 + \dfrac{1}{x^5}$의 값은?

① $\pm 6\sqrt{5}$ ② $\pm 5\sqrt{5}$ ③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{5}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}$

**해설**

$x^5 + \dfrac{1}{x^5} = \left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \dfrac{1}{x^3}\right) - \left(x + \dfrac{1}{x}\right)$에서

$x^2 + \dfrac{1}{x^2} = \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3$에서

$\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \dfrac{1}{x^2} + 2 = 5$

$\therefore\ x + \dfrac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$
$$= \pm 5\sqrt{5} - 3(\pm\sqrt{5}) = \pm 2\sqrt{5}$$

$\therefore\ x^5 + \dfrac{1}{x^5} = 3(\pm 2\sqrt{5}) - (\pm\sqrt{5}) = \pm 5\sqrt{5}$

**18.** 모든 실수 $x$에 대하여 등식 $x^{2007}+1=a_0+a_1(x+4)+a_2(x+4)^2+\cdots+a_{2007}(x+4)^{2007}$이 성립할 때, $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{2007}$의 값은?

① $(-3)^{2007}+1$  ② $0$  ③ $3^{2007}+1$

④ $1$  ⑤ $3^{2007}+3$

해설

양변에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^{2007}+1=a_0+a_1+\cdots+a_{2007}$

**19.** 정식 $f(x)$를 $x^2-3x+2$로 나눌 때 3이 남고, $x^2-4x+3$으로 나눌 때 $3x$가 남는다. $f(x)$를 $x^2-5x+6$으로 나눌 때, 나머지를 구하면?

① $6x-1$ ② $6x-2$ ③ $6x-3$

④ $6x-5$ ⑤ $6x-9$

**해설**

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q_1(x)+3 \\ &= (x-1)(x-2)Q_1(x)+3 \cdots\cdots ㉠ \\ f(x) &= (x^2-4x+3)Q_2(x)+3x \\ &= (x-1)(x-3)Q_2(x)+3x \cdots\cdots ㉡ \\ f(x) &= (x^2-5x+6)Q(x)+ax+b \\ &= (x-2)(x-3)Q(x)+ax+b \cdots\cdots ㉢ \end{aligned}$$

㉠, ㉢에서 $f(2)=3=2a+b \quad \cdots\cdots$ ㉣

㉡, ㉣에서 $f(3)=9=3a+b \quad \cdots\cdots$ ㉤

$\therefore$ ㉣, ㉤에서 $a=6,\ b=-9$

$\therefore$ 나머지는 $6x-9$

**20.** $x$에 대한 이차방정식 $x^2+(a-2)x+a^2+a+2=0$의 두 실근을 $\alpha, \beta$라 할 때, $(\alpha-1)(\beta-1)$의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, $a$는 상수)

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

이차방정식 $x^2+(a-2)x+a^2+a+2=0$이
두 실근을 가져야 하므로
$D=(a-2)^2-4(a^2+a+2)=-3a^2-8a-4\geq 0$
$(3a+2)(a+2)\leq 0$
$\therefore -2\leq a\leq -\frac{2}{3}\cdots$ ㉠
근과 계수의 관계에서
$\alpha+\beta=-a+2,\ \alpha\beta=a^2+a+2$이므로
$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$
$=a^2+a+2+a-2+1$
$=a^2+2a+1=(a+1)^2$
따라서, $-2\leq a\leq -\frac{2}{3}$에서
$a=-1$일 때 최솟값 0,
$a=-2$일 때 최댓값 1을 가지므로
최댓값과 최솟값의 합은 1이다.

**21.** 다음 방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4+5x^3-12x^2+5x+1=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-6$

해설

$x=0$을 대입하면
$1=0$이 되어 모순이므로 $x\neq 0$이다.
따라서, 주어진 식의 양변을
$x^2$으로 나누면

$$x^2+5x-12+\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}=0$$

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-12=0$$

$$\therefore\ \left(x+\frac{1}{x}\right)^2+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-14=0$$

여기서 $x+\frac{1}{x}=X$로 놓으면

$X^2+5X-14=0,\ (X+7)(X-2)=0$
$\therefore\ X=-7$ 또는 $X=2$
( i ) $X=-7$일 때,

$x+\frac{1}{x}=-7$에서

$x^2+7x+1=0$

$\therefore\ \frac{-7\pm3\sqrt{5}}{2}$

( ii ) $X=2$일 때,

$x+\frac{1}{x}=2$에서

$x^2-2x+1=0,\ (x-1)^2=0$
$\therefore\ x=1$
( i ), ( ii )로부터

$x=1$(중근) 또는 $x=\frac{-7\pm3\sqrt{5}}{2}$

따라서, 모든 근의 합은

$1+\frac{-7+3\sqrt{5}}{2}+\frac{-7-3\sqrt{5}}{2}=-6$이다.

**22.** 자연수 $n$에 대하여 이차방정식 $x^2 + nx + 2n = 0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 한다. $\alpha$, $\beta$가 정수일 때, $n$은?

① 7, 8 ② 8, 9 ③ 9, 10 ④ 9 ⑤ 10

해설

근과 계수와의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -n$ , $\alpha\beta = 2n$ 이므로
$\alpha\beta = -2(\alpha + \beta)$, $\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) = 0$ , $(\alpha + 2)(\beta + 2) = 4$
$\alpha$, $\beta$ 가 정수이므로 $\alpha + 2$ , $\beta + 2$ 도 정수
따라서

$$\begin{cases} \alpha + 2 = 1 \\ \beta + 2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} \alpha + 2 = 2 \\ \beta + 2 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha + 2 = -1 \\ \beta + 2 = -4 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \alpha + 2 = -2 \\ \beta + 2 = -2 \end{cases}$$ 가 되어

$$\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 2 \end{cases}, \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \end{cases}, \begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = -6 \end{cases}, \begin{cases} \alpha = -4 \\ \beta = -4 \end{cases}$$

각각의 경우, $n$ 의 값은 $n = -(\alpha + \beta)$ 이므로
$-1$, $0$, $9$, $8$ 의 값을 갖는다.

**23.** 두 다항식 $f(x), g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$는 $x+2$로 나누어 떨어지고, $f(x)-g(x)$를 $x+2$로 나누었을 때의 나머지는 4이다. [보기] 의 다항식 중 $x+2$로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x+f(x)$

㉡ $x^2+f(x)g(x)$

㉢ $f(g(x))-x$

① ㉠
② ㉡
③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

나머지 정리에 의해 $f(-2)+g(-2)=0, f(-2)-g(-2)=4$
두식을 연립하면, $f(-2)=2,\ g(-2)=-2$
㉠ : $x+f(x) \rightarrow x=-2$를 대입하면
$-2+f(-2)=0$
㉡ : $x^2+f(x)g(x) \rightarrow x=-2$를 대입하면 $(-2)^2+f(-2)g(-2)=0$
㉢ : $f(g(x))-x \rightarrow x=-2$를 대입하면 $f(g(-2))-(-2)=f(-2)+2=4$

**24.** 방정식 $(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$를 만족시키는 복소수$z$는? (단, $\bar{z}$ 는 $z$의 켤레복소수)

① 존재하지 않는다.

② 한 개 있다.

③ 두 개뿐이다.

④ 무수히 많이 있다.

⑤ 세 개뿐이다.

해설

$z=a+bi$ ($a$, $b$ 는 실수)라 놓으면,

$(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$ 에서

$(2+3i)(a+bi)+(2-3i)(a-bi)=2$

$2(2a-3b)=2$

$\therefore\ 2a-3b=1$ 을 만족하는 실수 $a$, $b$ 의 쌍은 무수히 많다.

**25.** $x^3 - 3x + 2 = 0$의 한 근이 $a$이고, $x^2 - ax + 1 = 0$의 두 근이 $b,\ c$일 때, $b^3 + c^3$의 값은?

① $-1$ ② $1$ ③ $-2$ ④ $27$ ⑤ $0$

해설

$a$는 $x^3 - 3x + 2 = 0$의 한 근이므로

$a^3 - 3a + 2 = 0$

$b,\ c$는 $x^2 - ax + 1 = 0$의 두 근이므로

$b + c = a,\ bc = 1$

$$\begin{aligned}\therefore\ b^3 + c^3 &= (b+c)^3 - 3bc(b+c)\\ &= a^3 - 3a = -2\end{aligned}$$