

1. 다음 중 가장 큰 값을 골라라.

보기

$$\begin{aligned} &\sqrt{(-4)^2} - \sqrt{3^4 \times 2^2}, \\ &(-\sqrt{(-3)^2})^2 + \sqrt{25} - \sqrt{2^6 \times 4^2}, \\ &\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4 \times 4^2} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4}$

해설

$$\begin{aligned} &\sqrt{(-4)^2} - \sqrt{3^4 \times 2^2} = 4 - 3^2 \times 2 = 4 - 18 = -14 \\ &(-\sqrt{(-3)^2})^2 + \sqrt{25} - \sqrt{2^6 \times 4^2} = (-3)^2 + 5 - 2^3 \times 4 = 9 + 5 - 32 = -18 \\ &\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4 \times 4^2} = 2^2 \times 3 \times 5 - 3^2 \times 4 = 60 - 36 = 24 \end{aligned}$$

그러므로 가장 큰 값은 $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4}$ 이다.

2. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

- ① -11 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

3. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x+y=15 \Rightarrow y=15-5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

4. $\sqrt{180-18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{180-18a} = \sqrt{18(10-a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10-a}$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로
 $a = 8$
 $\sqrt{10-a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로
 $a = 2$
 $M = 8, m = 2$ 이다.
따라서 $Mm = 16$ 이다.

5. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(주어진 식) $= 2x - 2x\sqrt{2} + 3y + 2y\sqrt{2}$
 $= (2x + 3y) + (-2x + 2y)\sqrt{2}$
이 식이 유리수가 되기 위해서는
 $-2x + 2y = 0$ (x, y 는 유리수)이 되어야 한다.
즉, $x = y$
 $\therefore \frac{y}{x} = \frac{x}{x} = 1$

6. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

7. $\frac{4}{1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 - \sqrt{2} - \sqrt{6}$

해설

$1 - \sqrt{2} = t$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{4}{t - \sqrt{3}} = \frac{4(t + \sqrt{3})}{(t - \sqrt{3})(t + \sqrt{3})} \\&= \frac{4(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})}{t^2 - 3} \\&= \frac{4(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{2})^2 - 3} = \frac{4(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})}{1 - 2\sqrt{2} + 2 - 3} \\&= \frac{4(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})}{-2\sqrt{2}} = \frac{4(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{2}}{-2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \\&= \frac{4\{\sqrt{2} - (\sqrt{2})^2 + \sqrt{6}\}}{-4} = 2 - \sqrt{2} - \sqrt{6}\end{aligned}$$

8. $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

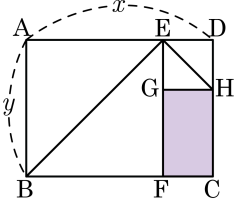
▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{x - (x-1)} \\ \therefore \frac{1}{f(x)} &= \sqrt{x} - \sqrt{x-1} \\ (\text{주어진 식}) &= 1 - 0 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &\quad + \cdots + \sqrt{50} - \sqrt{49} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같이 가로 길이 x , 세로 길이 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 EGHD를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



- ① x ② y ③ $x + y$
④ $2x - y$ ⑤ $2y - x$

해설

사각형 ABFE, EGHD는 정사각형이므로
 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x, \overline{FC} = x - y$
남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.

10. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)
- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$
 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.