1. 다음 중 가장 큰 값을 골라라.

보기

$\sqrt{(-4)^2} - \sqrt{3^4 \times 2^2}$,
$(-\sqrt{(-3)^2})^2 + \sqrt{25} - \sqrt{2^6 \times 4^2}$,
$\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4 \times 4^2}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4}$

해설

$\sqrt{(-4)^2} - \sqrt{3^4 \times 2^2} = 4 - 3^2 \times 2 = 4 - 18 = -14$

$(-\sqrt{(-3)^2})^2 + \sqrt{25} - \sqrt{2^6 \times 4^2} = (-3)^2 + 5 - 2^3 \times 4 = 9 + 5 - 32 = -18$

$\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4 \times 4^2} = 2^2 \times 3 \times 5 - 3^2 \times 4 = 60 - 36 = 24$

그러므로 가장 큰 값은 $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times (-5)^2} - \sqrt{(-3)^4}$ 이다.

2. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - \left(-\sqrt{3}\right)^2$$

① -11 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - \left(-\sqrt{3}\right)^2$$
$$= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3$$
$$= 9 + 12 - 8 = 13$$

3. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$5x+y=15 \ \Rightarrow \ y=15-5x$

$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$

$15-3x=9$

$\therefore \ x=2$

4. $\sqrt{180-18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M, 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{180-18a} = \sqrt{18(10-a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10-a}$

$\sqrt{10-a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로

$a = 8$

$\sqrt{10-a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로

$a = 2$

$M = 8,\ m = 2$ 이다.

따라서 $Mm = 16$ 이다.

5. x, y 가 유리수일 때, $x(2-2\sqrt{2})+y(3+2\sqrt{2})$ 의 값이 유리수가 된다고 한다. $\dfrac{y}{x}$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 2x-2x\sqrt{2}+3y+2y\sqrt{2}\\ &= (2x+3y)+(-2x+2y)\sqrt{2}\end{aligned}$$

이 식이 유리수가 되기 위해서는

$-2x+2y=0$ (x, y는 유리수) 이 되어야 한다.

즉, $x=y$

$\therefore \dfrac{y}{x}=\dfrac{x}{x}=1$

6. $\dfrac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\dfrac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+\frac{\sqrt{16}-2\sqrt{6}+6\sqrt{6}}{2}\\
&= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+2+2\sqrt{6}\\
&= -\frac{k}{3}\sqrt{6}+2\sqrt{6}+k+2\\
&= \left(-\frac{k}{3}+2\right)\sqrt{6}+k+2
\end{aligned}
$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3}+2=0$$

$\therefore k=6$

7. $\dfrac{4}{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2-\sqrt{2}-\sqrt{6}$

해설

$1-\sqrt{2}=t$ 라 하면

(준식)$=\dfrac{4}{t-\sqrt{3}}=\dfrac{4(t+\sqrt{3})}{(t-\sqrt{3})(t+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{4(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{t^2-3}$

$=\dfrac{4(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(1-\sqrt{2})^2-3}=\dfrac{4(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{1-2\sqrt{2}+2-3}$

$=\dfrac{4(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{-2\sqrt{2}}=\dfrac{4(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$

$=\dfrac{4\left\{\sqrt{2}-(\sqrt{2})^2+\sqrt{6}\right\}}{-4}=2-\sqrt{2}-\sqrt{6}$

8. $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$ 일 때, $\dfrac{1}{f(1)} + \dfrac{1}{f(2)} + \dfrac{1}{f(3)} + \cdots + \dfrac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{x-(x-1)}$$

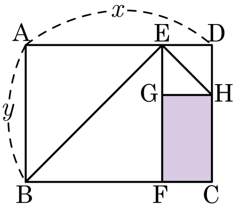
$$\therefore \frac{1}{f(x)} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$$

(주어진 식) $= 1 - 0 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{50} - \sqrt{49}$

$= \sqrt{50}$

$= 5\sqrt{2}$

9. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 x , 세로의 길이가 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE 와 EGHD 를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



① x　　② y　　③ $x+y$

④ $2x-y$　　⑤ $2y-x$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로

$\overline{GF} = y-(x-y) = 2y-x, \overline{FC} = x-y$

남은 사각형의 넓이는 $(2y-x)(x-y)$ 이다.

10. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.
② 이등변삼각형
③ ∠A 가 직각인 직각삼각형
④ ∠B 가 직각인 직각삼각형
⑤ ∠C 가 직각인 직각삼각형

해설

$b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c$
$=b^2(b+c)+b(c^2-a^2)+c(c^2-a^2)$
$=b^2(b+c)+(b+c)(c^2-a^2)$
$=(b+c)(b^2+c^2-a^2)=0$
b, c는 삼각형이 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $b^2+c^2-a^2=0$, $b^2+c^2=a^2$
∠A 가 직각인 직각삼각형이다.