1. 다음 방정식 $(x+4)^2 = 5x+7$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a-b+c$ 의 값은? (단, $a>0$)

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

해설

$(x+4)^2 = 5x+7$

$x^2+8x+16-5x-7=0$

$\therefore x^2+3x+9=0$

$a=1,\ b=3,\ c=9$

$\therefore\ a-b+c=1-3+9=7$

2. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

① $x^2 + x - 2 = 0$
② $x^2 + 4x = 0$
③ $3x^2 + 10x + 3 = 0$
④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$
⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = -3$ 일 때 성립하므로 모두 음수이다.

3. $x+9<2(x+3)$를 만족하는 5보다 작은 자연수 x에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+b=0$가 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x+9<2(x+3)$를 만족하는 5보다 작은 자연수 x는 4이다.
따라서 4 가 $x^2+ax+b=0$ 의 중근이므로
$(x-4)^2=x^2+ax+b$
$a=-8,\ b=16$
$\therefore a+b=8$

4. $7x-5 \le 4(x+1)$이고 x는 자연수일 때, $x^2-5x+6=0$를 풀면?

① $x=0,\ x=1$　② $x=2$　③ $x=2,\ x=3$
④ $x=3$　⑤ $x=-2,\ x=3$

해설

$7x-5 \le 4(x+1)$ 에서 $7x-4x \le 4+5$, $3x \le 9$ $\therefore\ x \le 3$
따라서 x의 값은 $1,\ 2$이다.
$x^2-5x+6=0$의 해는 $x=2,\ x=3$이므로 해는 $x=2$가 된다.

5. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$의 값은?

① 1　② -2　③ 2　④ 10　⑤ -10

해설

$x = 1$을 대입하면 $2 + a + b = 0$
$x = 2$를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$
두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6$, $b = 4$
$\therefore\ a - b = -10$

6. 두 이차방정식 $x^2-2x+a=0$, $x^2+bx-6=0$ 의 공통근이 $x=-2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x^2-2x+a=4+4+a=0 \qquad \therefore\ a=-8$

$x^2+bx-6=4-2b-6=0 \qquad \therefore\ b=-1$

$\therefore\ ab=(-8)\times(-1)=8$

7. 부등식 $2 \le 2x-2 < 5$를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근일 때, a^2-b^2의 값은?

① 61　② 51　③ 11　④ −11　⑤ −61

해설

부등식 $2 \le 2x-2 < 5$를 풀면 다음과 같다.

$4 \le 2x < 7$

$2 \le x < \frac{7}{2}$

$\therefore x = 2,\ 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a=-5,\ b=6$

$\therefore a^2-b^2=(-5)^2-6^2=25-36=-11$

8. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$2a - 3 = 0,\ a = \frac{3}{2}$

9. 이차방정식 $x^2+4x-1=0$ 의 한 근을 a 이라 할 때, $a-\frac{1}{a}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

x 에 a 를 대입하면 $a^2+4a-1=0$

양변을 a 으로 나누면 $a+4-\frac{1}{a}=0$

$\therefore a-\frac{1}{a}=-4$

10. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면
$ap^2 + bp = 7$
$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$

11. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2+\frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2　　② 4　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$x=a$ 를 대입하면 $a^2-3a+1=0$

양변을 a 로 나누면 $a-3+\frac{1}{a}=0$

$\therefore\ a+\frac{1}{a}=3$

$\therefore\ a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$

12. 이차방정식 $2(x-2)(x+3)=(x+5)^2-4$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -8 ② -5 ③ 0 ④ 3 ⑤ 8

해설

$2(x-2)(x+3)=(x+5)^2-4$
$2(x^2+x-6)=x^2+10x+25-4$
$x^2-8x-33=0, (x-11)(x+3)=0$
$x=11$ 또는 $x=-3$
$\therefore$ (구하는 값) $=11+(-3)=8$

13. 다음 이차방정식의 두 근을 a, b 라고 할 때, $3a-2b$ 의 값을 구하여라. (단, $a>b$)

$$(2x-3)^2=(2x+1)(x-9)+25$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

전개해서 정리하면

$2x^2+5x-7=0$

$(2x+7)(x-1)=0$

$x=-\frac{7}{2}$ 또는 1

따라서 $a=1,\ b=-\frac{7}{2}$ 이므로

$3a-2b=3\times1-2\times\left(-\frac{7}{2}\right)=3+7=10$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$
② $x^2 + 2x - 35 = 0$
③ $x^2 - 12x + 35 = 0$
④ $x^2 + 12x + 35 = 0$
⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$x^2 - 8x + 15 = 0$
$(x-5)(x-3) = 0$
$a = 5,\ b = 3$
$\therefore a + 2 = 7,\ b + 2 = 5$
따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은
$(x-7)(x-5) = 0$
$\therefore\ x^2 - 12x + 35 = 0$

15. x 에 관한 이차방정식 $mx^2 + mx + m + n = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$m - m + m + n = 0$

$n + m = 0 \qquad \therefore\ n = -m$

$mx^2 + mx = 0$

$m\left(x^2 + x\right) = 0$

$x(x+1) = 0$

$\therefore\ x = 0$ 또는 $x = -1$

16. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$라고 할 때, $\left[2x^2 + x\right]_1^a = 0$을 만족하는 양수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\left[2x^2 + x\right]_1^a = 0$

$(2a^2 + a) - (2 + 1) = 0$

$2a^2 + a - 3 = 0$

$(a - 1)(2a + 3) = 0$

$\therefore\ a = 1$ 또는 $a = -\frac{3}{2}$

따라서 양수 a 의 값은 1 이다.

17. 두 이차방정식 $x^2+2x-15=0$ 과 $x^2-9=0$ 의 공통인 근은?

① 1　　② -3　　③ 3　　④ 5　　⑤ 9

해설

$x^2+2x-15=0$
$(x+5)(x-3)=0$
$x=-5$ 또는 $x=3$
$x^2-9=0$
$x^2=9$
$x=3$ 또는 -3
$\therefore$ 공통인 근 $x=3$

18. 두 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$, $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

주어진 식에 x 대신 3 을 대입하면

$3^2 - 10 \times 3 + a = 0 \qquad \therefore\ a = 21$

$3^2 + b = 0 \qquad \therefore\ b = -9$

$\therefore\ a + b = 21 - 9 = 12$

19. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2,\ a = -3$
② $x = 2,\ a = 3$
③ $x = 1,\ a = 3$
④ $x = -1,\ a = -3$
⑤ $x = -1,\ a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots$ ㉠ , $\alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots$ ㉡

㉠ − ㉡하면

$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$을 ㉠에 대입하면

$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$

20. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6)+9=0$

③ $\frac{1}{2}x^2+4x+8=0$

④ $x^2-1=0$

⑤ $x^2+6x+11=-(4x+14)$

해설

(완전제곱식)$=0$의 꼴이어야 중근을 갖는다.
④ $x^2=1$이므로 $x=\pm1$
따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

21. 다음 이차방정식 중 중근을 갖지 <u>않는</u> 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$　　② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x+4)^2 = 8$　　④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x+2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$에서 $(x-1)(x+1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x+4)^2 = 8$에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x+2)(x+6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

22. 이차방정식 $4x^2 - 8x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$4x^2 - 8x + k = 0$

$4\left(x^2 - 2x + \frac{k}{4}\right) = 0$

$\left(\frac{-2}{2}\right)^2 = \frac{k}{4}$

$\therefore k = 4$

23. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k 의 값과 중근 a 의 값이 옳게 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k = -1$	㉡ $k = 0$	㉢ $k = 1$
㉣ $a = -1$	㉤ $a = 0$	㉥ $a = 1$

① ㉠, ㉥ ② ㉢, ㉥ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

중근을 가지려면, $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$k^2 = -3k^2 + 4$, $4k^2 = 4, k^2 = 1$

$\therefore k = \pm 1$

$k = \pm 1$ 을 주어진 방정식에 대입하면 $x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$

$\therefore x = \pm 1$

$\therefore$ $k = 1$ 일 때, 중근 $a = 1$ 또는 $k = -1$ 일 때, 중근 $a = -1$

24. 이차방정식 $2(x-1)^2=6$ 의 두 근의 합은?

① -10　　② $-2\sqrt{3}$　　③ -2

④ 2　　⑤ 4

해설

$2(x-1)^2-6=0$

$(x-1)^2=3$

$x=1\pm\sqrt{3}$

$\therefore (1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})=2$

25. 이차방정식 $(x-1)(x-5)=4$ 를 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(x-1)(x-5)=4$
$x^2-6x+5=4$
$(x-3)^2-9+5=4$
$\therefore (x-3)^2=8$
$a=-3,\ b=8$
$\therefore\ a+b=5$

26. 이차방정식 $x^2+8x-4=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값은?

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

해설

$x^2+8x-4=0$
$(x+4)^2-4-16=0$
$(x+4)^2=20$
$\therefore\ a=4,\ b=20$
$\therefore\ a+b=24$

27. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서
$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$
$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm\sqrt{-b + a^2}$
$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$
따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면
$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$
$\therefore b = -19$
따라서 $a + b = -18$ 이다.

28. 이차방정식 $3(x+2)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$(x+2)^2 = \frac{a}{3}$

중근을 가질 때 (완전제곱식)$= 0$ 의 꼴이므로

$\frac{a}{3} = 0$

$\therefore\ a = 0$

29. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 <u>아닌</u> 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

30. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a=0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.

㉡ $a=-4$ 이면 중근 1 을 갖는다.

㉢ $a=-5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

① ㉡　② ㉢　③ ㉠, ㉡　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $a=0$ 이면 $(x-1)^2=4$, $x-1=\pm 2$
따라서 $x=3$ 또는 $x=-1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
㉡ $a=-4$ 이면 $(x-1)^2=0$
따라서 $x=1$ (중근) 이다.
㉢ $a=-5$ 이면 $(x-1)^2=-1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.