

1. 다음 방정식  $(x + 4)^2 = 5x + 7$  을  $ax^2 + bx + c = 0$  의 꼴로 나타낼 때,  $a - b + c$  의 값은? (단,  $a > 0$ )

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(x + 4)^2 = 5x + 7$$

$$x^2 + 8x + 16 - 5x - 7 = 0$$

$$\therefore x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = 9$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 3 + 9 = 7$$

2. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

①  $x^2 + x - 2 = 0$

②  $x^2 + 4x = 0$

③  $3x^2 + 10x + 3 = 0$

④  $2x^2 - 7x + 6 = 0$

⑤  $3x^2 - 27 = 0$

해설

③  $x = -\frac{1}{3}$  또는  $x = -3$  일 때 성립하므로 모두 음수이다.

3.  $x+9 < 2(x+3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수  $x$ 에 대하여 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 가 중근을 가질 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$x + 9 < 2(x + 3)$ 를 만족하는 5보다 작은 자연수  $x$ 는 4이다.

따라서 4가  $x^2 + ax + b = 0$ 의 중근이므로

$$(x - 4)^2 = x^2 + ax + b$$

$$a = -8, b = 16$$

$$\therefore a + b = 8$$

4.  $7x - 5 \leq 4(x + 1)$ 이고  $x$ 는 자연수일 때,  $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

①  $x = 0, x = 1$

②  $x = 2$

③  $x = 2, x = 3$

④  $x = 3$

⑤  $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 \leq 4(x + 1)$  에서  $7x - 4x \leq 4 + 5$ ,  $3x \leq 9 \therefore x \leq 3$   
따라서  $x$ 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는  $x = 2, x = 3$ 이므로 해는  $x = 2$ 가 된다.

5. 이차방정식  $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때,  $a - b$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 2

④ 10

⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면  $2 + a + b = 0$

$x = 2$ 를 대입하면  $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면  $a = -6, b = 4$

$\therefore a - b = -10$

6. 두 이차방정식  $x^2 - 2x + a = 0$ ,  $x^2 + bx - 6 = 0$  의 공통근이  $x = -2$  일 때,  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

$$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore ab = (-8) \times (-1) = 8$$

7. 부등식  $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때,  $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식  $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

8.  $x$  에 관한 이차방정식  $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$  의 한 근이  $a$  일 때,  $a$  의 값은?

①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{2}{3}$

③ 1

④  $\frac{3}{2}$

⑤ 6

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

9. 이차방정식  $x^2 + 4x - 1 = 0$  의 한 근을  $a$  이라 할 때,  $a - \frac{1}{a}$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ -3

⑤ -4

해설

$x$  에  $a$  를 대입하면  $a^2 + 4a - 1 = 0$

양변을  $a$  으로 나누면  $a + 4 - \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a - \frac{1}{a} = -4$

10. 이차방정식  $ax^2 + bx - 7 = 0$  의 한 근을  $p$  라고 할 때,  $ap^2 + bp + 4$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에  $x$  대신  $p$  를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

11. 이차방정식  $x^2 - 3x + 1 = 0$  의 한 근을  $a$  라 할 때,  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$  를 대입하면  $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을  $a$  로 나누면  $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

12. 이차방정식  $2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$  의 두 근의 합을 구하면?

① -8

② -5

③ 0

④ 3

⑤ 8

해설

$$2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$$

$$2(x^2 + x - 6) = x^2 + 10x + 25 - 4$$

$$x^2 - 8x - 33 = 0, (x-11)(x+3) = 0$$

$$x = 11 \text{ 또는 } x = -3$$

$$\therefore (\text{구하는 값}) = 11 + (-3) = 8$$

13. 다음 이차방정식의 두 근을  $a$ ,  $b$  라고 할 때,  $3a - 2b$  의 값을 구하여라.  
(단,  $a > b$ )

$$(2x - 3)^2 = (2x + 1)(x - 9) + 25$$

▶ 답:

▷ 정답: 10

### 해설

전개해서 정리하면

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$(2x + 7)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{7}{2} \text{ 또는 } 1$$

따라서  $a = 1$ ,  $b = -\frac{7}{2}$  이므로

$$3a - 2b = 3 \times 1 - 2 \times \left(-\frac{7}{2}\right) = 3 + 7 = 10 \text{ 이다.}$$

14. 이차방정식  $x^2 - 8x + 15 = 0$  의 두 근을  $a, b$  라고 할 때, 다음 중  $a + 2, b + 2$  를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

①  $x^2 - 2x - 35 = 0$

②  $x^2 + 2x - 35 = 0$

③  $x^2 - 12x + 35 = 0$

④  $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤  $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

15.  $x$  에 관한 이차방정식  $mx^2 + mx + m + n = 0$  의 한 근이  $-1$  일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단,  $m \neq 0$ )

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 0$

해설

주어진 식에  $x = -1$  을 대입하면

$$m - m + m + n = 0$$

$$n + m = 0 \quad \therefore n = -m$$

$$mx^2 + mx = 0$$

$$m(x^2 + x) = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -1$$

16.  $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$  라고 할 때,  $[2x^2 + x]_1^a = 0$  을 만족하는 양수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$[2x^2 + x]_1^a = 0$$

$$(2a^2 + a) - (2 + 1) = 0$$

$$2a^2 + a - 3 = 0$$

$$(a - 1)(2a + 3) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 양수  $a$  의 값은 1 이다.

17. 두 이차방정식  $x^2 + 2x - 15 = 0$  과  $x^2 - 9 = 0$  의 공통인 근은?

① 1

② -3

③ 3

④ 5

⑤ 9

해설

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ 또는 } -3$$

$$\therefore \text{공통인 근 } x = 3$$

18. 두 이차방정식  $x^2 - 10x + a = 0$ ,  $x^2 + b = 0$ 의 공통인 해가 3일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

주어진 식에  $x$  대신 3을 대입하면

$$3^2 - 10 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 21$$

$$3^2 + b = 0 \quad \therefore b = -9$$

$$\therefore a + b = 21 - 9 = 12$$

19. 두 개의 이차방정식  $x^2 + ax + 2 = 0$  과  $x^2 - 2x - a = 0$  은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수  $a$  의 값을 구하면?

①  $x = 2, a = -3$

②  $x = 2, a = 3$

③  $x = 1, a = 3$

④  $x = -1, a = -3$

⑤  $x = -1, a = 3$

### 해설

두 방정식의 공통인 해를  $\alpha$  라 하고  $x = \alpha$  를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠ - ㉡ 하면

$$(a + 2)\alpha + (a + 2) = 0, (a + 2)(\alpha + 1) = 0$$

$a = -2$  또는  $\alpha = -1$  에서  $a > 0$  이므로  $\alpha = -1$

$\alpha = -1$  을 ㉠에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

20. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

①  $x^2 = 0$

②  $x(x - 6) + 9 = 0$

③  $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④  $x^2 - 1 = 0$

⑤  $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④  $x^2 = 1$ 이므로  $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

21. 다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

①  $x^2 - 1 = 0$

②  $x^2 = 12x - 36$

③  $2(x + 4)^2 = 8$

④  $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤  $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x + 2)$

해설

①  $x^2 - 1 = 0$ 에서  $(x - 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 1$  또는  $x = -1$

③  $2(x + 4)^2 = 8$ 에서  $x^2 + 8x + 12 = 0$ ,  $(x + 2)(x + 6) = 0$

$\therefore x = -2$  또는  $x = -6$

22. 이차방정식  $4x^2 - 8x + k = 0$  이 중근을 가질 때,  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$4x^2 - 8x + k = 0$$

$$4 \left( x^2 - 2x + \frac{k}{4} \right) = 0$$

$$\left( \frac{-2}{2} \right)^2 = \frac{k}{4}$$

$$\therefore k = 4$$

23. 이차방정식  $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$  이 중근을 가질 때, 다음 중  $k$ 의 값과 중근  $a$ 의 값이 옳게 짝지어진 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $k = -1$

㉡  $k = 0$

㉢  $k = 1$

㉤  $a = -1$

㉥  $a = 0$

㉦  $a = 1$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

중근을 가지려면,  $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$  이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$$k^2 = -3k^2 + 4, 4k^2 = 4, k^2 = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$k = \pm 1 \text{ 을 주어진 방정식에 대입하면 } x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 일 때, 중근 } a = 1 \text{ 또는 } k = -1 \text{ 일 때, 중근 } a = -1$$

24. 이차방정식  $2(x-1)^2 = 6$  의 두 근의 합은?

① -10

②  $-2\sqrt{3}$

③ -2

④ 2

⑤ 4

해설

$$2(x-1)^2 - 6 = 0$$

$$(x-1)^2 = 3$$

$$x = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) = 2$$

25. 이차방정식  $(x-1)(x-5) = 4$  를  $(x+a)^2 = b$  의 꼴로 고칠 때,  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x + 5 = 4$$

$$(x-3)^2 - 9 + 5 = 4$$

$$\therefore (x-3)^2 = 8$$

$$a = -3, b = 8$$

$$\therefore a + b = 5$$

26. 이차방정식  $x^2 + 8x - 4 = 0$  을  $(x + a)^2 = b$  의 꼴로 고칠 때,  $a + b$  의 값은?

① 20

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

해설

$$x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$(x + 4)^2 - 4 - 16 = 0$$

$$(x + 4)^2 = 20$$

$$\therefore a = 4, b = 20$$

$$\therefore a + b = 24$$

27. 이차방정식  $x^2 - 2ax + b = 0$  의 근이  $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$  일 때, 상수  $a, b$  의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$  에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서  $a = 1$ ,  $a$  값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서  $a + b = -18$  이다.

28. 이차방정식  $3(x+2)^2 = a$  가 하나의 근을 갖도록 하는 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 0$

해설

$$(x+2)^2 = \frac{a}{3}$$

중근을 가질 때 (완전제곱식) = 0 의 꼴이므로

$$\frac{a}{3} = 0$$

$$\therefore a = 0$$

29. 이차방정식  $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$  이 근을 갖지 않을 때, 다음 중  $m$ 의 값이 아닌 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

이차방정식  $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$  이 근을 갖지 않으려면  $\frac{3m-9}{8} < 0$

이어야 하므로  $3m-9 < 0, m < 3$  이다. 따라서 3은  $m$ 의 값이 아니다.

30. 이차방정식  $(x-1)^2 = a+4$  에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $a = 0$  이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡  $a = -4$  이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢  $a = -5$  이면 실수인 해를 갖지 않는다.

- ① ㉡      ② ㉢      ③ ㉠, ㉡      ④ ㉠, ㉢      ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠  $a = 0$  이면  $(x-1)^2 = 4$ ,  $x-1 = \pm 2$

따라서  $x = 3$  또는  $x = -1$  이므로 두 근의 곱은  $-3$  이다.

㉡  $a = -4$  이면  $(x-1)^2 = 0$

따라서  $x = 1$  (중근) 이다.

㉢  $a = -5$  이면  $(x-1)^2 = -1$ , 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.