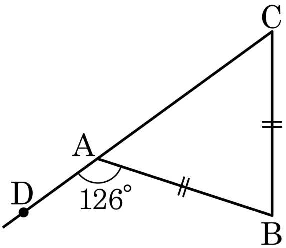
1. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 BAC 에서 $\angle BAD = 126°$ 일 때, $\angle BCA$ 의 크기는?



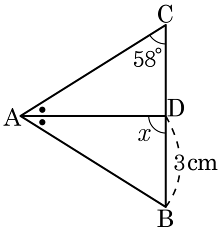
▶ 답 : ___°

▷ 정답 : 54°

해설

$\angle BAC = 180° - 126° = 54°$
$\triangle BAC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BCA = \angle BAC = 54°$

2. 다음 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
그림을 보고 옳은 것을 모두 고른 것은?



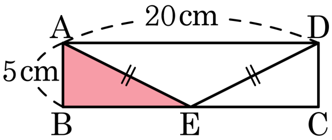
㉠ $\overline{CD} = 3\text{cm}$	㉡ $\angle x = 90°$
㉢ $\angle BAC = 32°$	㉣ $\overline{AC} \perp \overline{BC}$

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = 3\text{cm}$
㉡ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이므로 $\angle x = 90°$
㉢ $\angle BAC = 180° - 2 \times 58° = 64°$
㉣ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 사이의 각이 $58°$ 이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 는 수직이 아니다.

3. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{AD}=20\text{cm}$ 이다. $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AE}=\overline{DE}$ 가 되도록 점 E 를 잡을 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?



① 20cm^2　② 25cm^2　③ 30cm^2

④ 35cm^2　⑤ 35cm^2

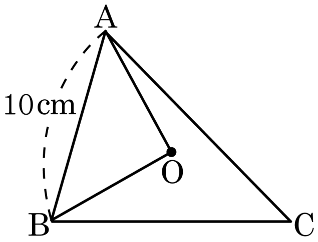
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\angle ABC=\angle DCE=90°$ $\overline{AE}=\overline{DE}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$

$\therefore$ $\triangle ABE\equiv\triangle DCE$ (RHS 합동), $\overline{BE}=\overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 20=10(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 10\times 5=25(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\mathrm{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

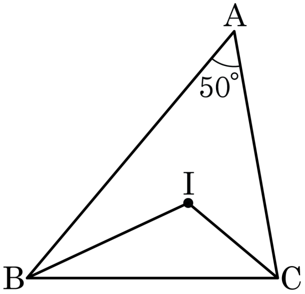
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$

$\therefore \mathrm{OA} = 7(\mathrm{cm})$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50°$이면 $\angle BIC$의 크기는?



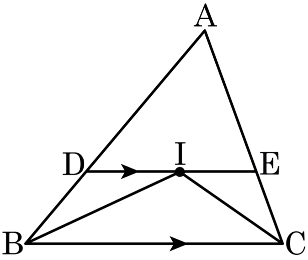
① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때 $\triangle DBI$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$

$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DIB = \angle CBI$

따라서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

7. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 평행사변형은 사각형이다.

② 사다리꼴은 평행사변형이다.

③ 정사각형은 마름모이다.

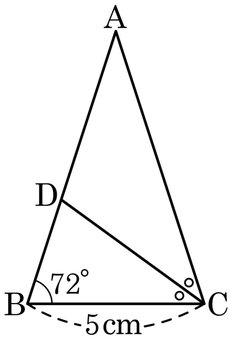
④ 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설

② 평행사변형은 사다리꼴이다.
③ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
④ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형이다. $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

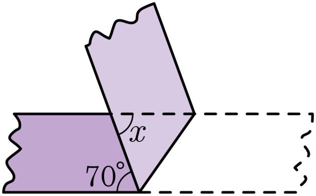


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

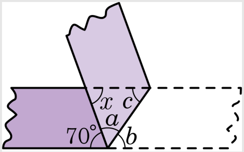
$\angle B = \angle C = 72°$ 이고 $\angle BCD = \angle ACD = 36°$ 이므로, $\angle A = 36°$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle x$의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 70°

해설

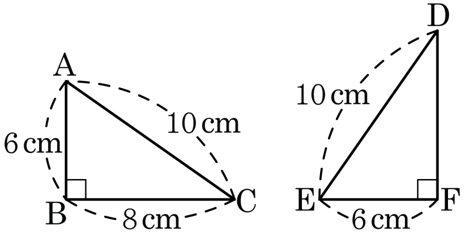


$\angle a = \angle b = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ (종이 접은 각)

$\angle b = \angle c = 55°$ (엇각)

$\therefore \angle x = 180 - (55° + 55°) = 70°$ (삼각형 내각의 합은 180°)

10. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



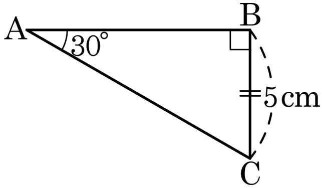
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

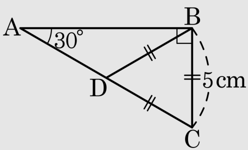
11. 다음 그림은 $\angle A = 30°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{BC} = 5\mathrm{cm}$ 일 때, 외접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\pi\ \underline{\mathrm{cm}^2}$

해설



$\angle BCA = 90° - 30° = 60°$

$\overline{AC}$ 의 중점을 D 라 할 때 $\overline{BD}$ 를 그으면

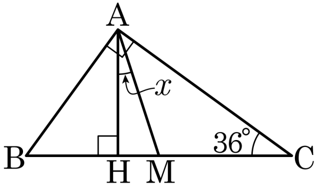
$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ ($\because$ 점 D는 $\triangle ABC$의 외심)

즉, $\triangle BDC$ 에서

$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle BCD = 60°$ 이므로 $\triangle BDC$ 는 정삼각형이 된다.

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{CD} = 5(\mathrm{cm})$ 이므로 외접원의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi\ \mathrm{cm}^2$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.

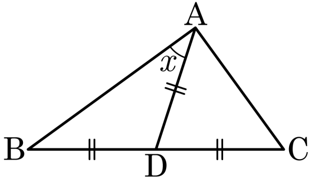
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡

$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$

따라서 $x = 18°$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle B : \angle C = 2 : 3$이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$가 되도록 점 D를 잡았을 때, $\angle BAD = (\qquad)^\circ$이다. $(\qquad)$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

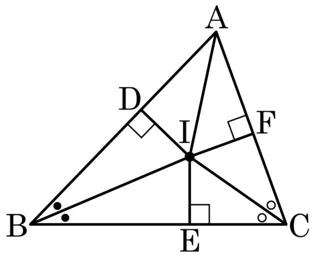
$\angle B = \angle BAD,\ \angle C = \angle DAC$이므로

$\angle B : \angle C = 2 : 3$에서 $\angle C = \frac{3}{2}x$

$x + x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 180^\circ$

$\therefore\ x = 36^\circ$

14. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다' 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면

i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} =$ (㉠)

ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ (㉡)

iii) $\overline{ID} =$(㉠) = (㉡)

iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv$ (㉢)

$\therefore$ $\angle DAI =$ (㉣)

따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.

따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$　② ㉡ : $\overline{IF}$　③ ㉢ : $\triangle BDI$

④ ㉣ : $\angle FAI$　⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,

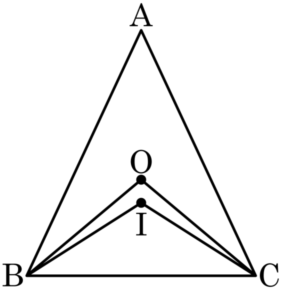
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.

그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서

$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

15. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 외심과 내심이 각각 O, I 이고 $\angle BOC = 100°$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\;°}$

▷ 정답 : 115 $\underline{°}$

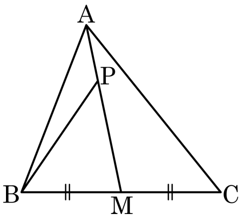
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 50°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

따라서 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 50° + 90° = 115°$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PM} = 1 : 2$이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 20 cm^2

해설

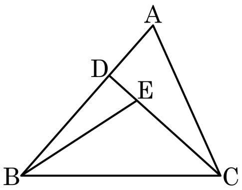
$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle ABM = 30\text{cm}^2$

$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 $1 : 2$이므로

$\triangle PBM = 30 \times \dfrac{2}{3} = 20(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $24\,cm^2$ 이고 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$, $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 3$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이는?



① $4\,cm^2$ ② $8\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$

④ $16\,cm^2$ ⑤ $20\,cm^2$

해설

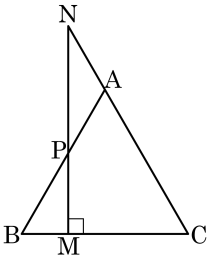
$\triangle DAC$ 와 $\triangle DBC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle DBC = 24 \times \frac{2}{3} = 16(\,cm^2)$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle EBC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle BEC = 16 \times \frac{3}{4} = 12(\,cm^2)$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AP} = \overline{BP}$

② $\overline{AP} = \overline{AN}$

③ $\angle BAC = 2\angle ANP$

④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$

⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$

$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)

$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로

$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$

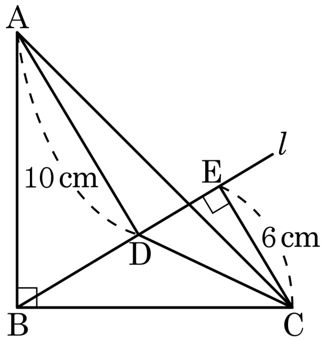
$\angle ANP = 90° - \angle x$

$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$

$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형

$\therefore \overline{AP} = \overline{AN}$

19. 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는?



① 12cm^2　② 24cm^2　③ 30cm^2

④ 60cm^2　⑤ 90cm^2

해설

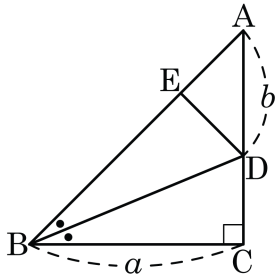
$\angle ABD + \angle BAD = 90°$ 이고, $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 이므로 $\angle BAD = \angle CBE$

직각삼각형의 빗변의 길이가 같고 한 각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{BD} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 이다.

삼각형 CDE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

20. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a, b 로 나타내면?



① $a - b$ ② $2a - b$ ③ $2b - a$

④ $a + b$ ⑤ $\frac{1}{2}a + b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a - b$

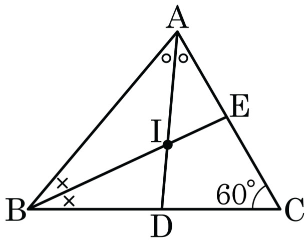
$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b \\ &= 2a - b\end{aligned}$$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)



① 200°　　② 180°　　③ 160°　　④ 140°　　⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로

$2\circ + 2\times + 60° = 180°$

$\circ + \times = 60°$

삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ADB = \angle x,\ \angle AEB = \angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots ①$

$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots ②$

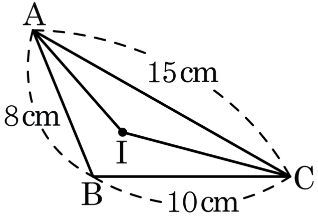
①+②를 하면

$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB}=8\text{cm}$, $\overline{BC}=10\text{cm}$, $\overline{AC}=15\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1　　② 30 : 17　　③ 32 : 15

④ 33 : 15　　⑤ 36 : 17

해설

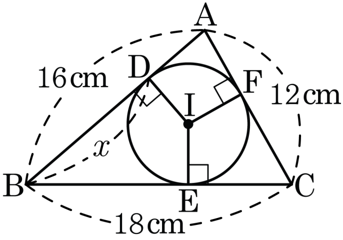
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times r\times(8+10+15) = \frac{33}{2}r\ (\text{cm}^2)$

$(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times r\times 15 = \frac{15}{2}r\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2}r : \frac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ **답 :** ____ cm

▷ **정답 :** 11 cm

해설

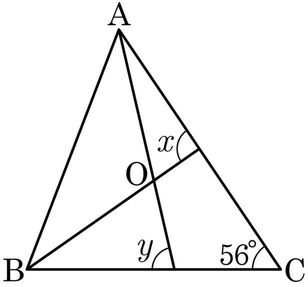
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$

24. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle C = 56°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $\underline{168°}$

해설

$\angle AOB = 112°$

$\angle x + \angle A + 34° + \angle y + \angle B + 34° = 360°$

$\angle A + \angle B = 180° - 56° = 124°$ 이므로

$\therefore \angle x + \angle y = 360° - 124° - 34° \times 2 = 168°$