

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수로만 나타내어진다.
- ② 무한소수는 순환소수이다.
- ③ 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있는 기약분수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

해설

- ① $0.\dot{1} + 0.\dot{8} = \frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$ 인 경우가 있으므로 거짓.
- ② 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.
- ③ 모든 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

2. $\frac{21}{2 \times 5 \times a}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. a 가 10 이하의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든 a 의 값들의 합은?

- ① 40 ② 46 ③ 48 ④ 50 ⑤ 55

해설

$\frac{21}{2 \times 5 \times a}$ 가 유한소수가 되기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로 a 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10이 되어야 한다. 따라서 합은 46이다.

3. $-(-15ab - 9ac) \div (-3a)$ 를 간단히 하면?

① $-5a - 3c$

② $5b + 3c$

③ $-5b - 3c$

④ $-5b + 3c$

⑤ $-45a^2b + 27a^2c$

해설

$$\begin{aligned} & (-15ab - 9ac) \div (-3a) \\ &= 15ab \div (-3a) + 9ac \div (-3a) \\ &= -5b - 3c \end{aligned}$$

4. 순환소수 $34.0\bar{8}72 = x$ 를 분수로 고칠 때, 필요한 식은?

① $1000x - x$

② $10000x - x$

③ $1000x - 10x$

④ $10000x - 10x$

⑤ $10000x - 1000x$

해설

소수점 아랫부분이 같아지도록 10 의 거듭제곱을 곱한다.
그러므로 $10000x - 10x$ 이다.

5. $(8a^2b - 4ab^2) \div (-4b) + (3a - 2b) \times a + a \times (-3b)$ 인 식이 있다. $a = -2$, $b = -3$ 일 때 식의 값은?

① -26 ② -20 ③ -10 ④ 4 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} & (8a^2b - 4ab^2) \div (-4b) + (3a - 2b) \times a + a \times (-3b) \\ &= \frac{8a^2b - 4ab^2}{-4b} + 3a^2 - 2ab - 3ab \\ &= -2a^2 + ab + 3a^2 - 5ab \\ &= a^2 - 4ab \\ &= (-2)^2 - 4(-2)(-3) \\ &= 4 - 24 = -20 \end{aligned}$$

6. 두 수 x, y 에 대하여 연산 \star, \blacktriangle 를 $x\star y = xy, x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $2a(X \div Y)$ 의 값은?

$$2a\star X = 6a^2b, Y\blacktriangle 3b = 54ab^4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b}$

해설

$$2a\star X = 6a^2b \text{에서}$$

$$(2a)X = 6a^2b$$

$$\therefore X = \frac{6a^2b}{2a} = 3ab$$

$$Y\blacktriangle 3b = 54ab^4 \text{에서}$$

$$Y(3b)^2 = 9b^2Y = 54ab^4$$

$$\therefore Y = \frac{54ab^4}{9b^2} = 6ab^2$$

$$\therefore 2a(X \div Y) = 2a\left(\frac{3ab}{6ab^2}\right) = \frac{a}{b}$$

7. $-5y+4x-2$ 에서 어떤 식을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $x-2y+3$ 이 되었다. 어떤 식이 $ax+by+c$ 이고, 바르게 계산한 답이 $dx+ey+f$ 일 때, $af-bd-ce$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c, d, e, f 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

어떤 식을 A 라고 하면
바르게 계산한 식은 $-5y+4x-2-A$
잘못 계산된 식은

$$-5y+4x-2+A=x-2y+3$$

$$A=x-2y+3-4x+5y+2$$

$$A=-3x+3y+5$$

$$-3x+3y+5=ax+by+c \text{ 이므로}$$

$$a=-3, b=3, c=5$$

A 를 바르게 계산한 식에 대입하면

$$-5y+4x-2-A$$

$$=-5y+4x-2-(-3x+3y+5)$$

$$=7x-8y-7$$

따라서 바르게 계산한 답이 $7x-8y-7=dx+ey+f$ 이므로

$$d=7, e=-8, f=-7$$

$$\therefore af-bd-ce=21-21-(-40)=40$$

8. $x^2 = 1 + y^2$ 이고, $(x - y)^{999} = A$ 라 할 때, $(x + y)^{999}$ 를 A 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{A}$

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^{999} \times (x + y)^{999} &= \{(x - y)(x + y)\}^{999} \\ &= (x^2 - y^2)^{999} \\ &= 1^{999} = 1\end{aligned}$$

$$A \times (x + y)^{999} = 1$$

$$\therefore (x + y)^{999} = \frac{1}{A}$$

9. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -2$ 일 때, $\frac{3a - 2ab + 3b}{2a + 3ab + 2b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\frac{a+b}{ab} = -2, a+b = -2ab,$$

$$\frac{3a - 2ab + 3b}{2a + 3ab + 2b} = \frac{3(a+b) - 2ab}{2(a+b) + 3ab} \text{ 에 } a+b = -2ab \text{ 을 대입하면}$$

$$\frac{3(a+b) - 2ab}{2(a+b) + 3ab} = \frac{-6ab - 2ab}{-4ab + 3ab} = \frac{-8ab}{-ab} = 8$$

10. $x = 2$, $y = \frac{1}{3}$, $z = -4$ 일 때, $\frac{xy^2z - 2x^2y + 5yz^2}{3x^2yz}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{13}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{y}{3x} - \frac{2}{3z} + \frac{5z}{3x^2} \\ &= \frac{3}{6} - \left(\frac{2}{-12}\right) + \left(-\frac{20}{12}\right) \\ &= \frac{1}{18} + \frac{1}{6} - \frac{5}{3} \\ &= -\frac{13}{9}\end{aligned}$$

11. 어떤 자연수에 2.57 을 곱해야 할 것을 잘못하여 2.57 을 곱했더니 정답과 답의 차가 0.7 이 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 100

해설

어떤 자연수를 라고 하면

$$\text{} \times 2.57 - \text{} \times 2.57 = 0.7$$

$$\text{} \times (2.57 - 2.57) = 0.7$$

$$\text{} \times 0.007 = 0.7$$

$$\therefore \text{} = 100$$

12. 분수 $\frac{x}{84}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{y}$ 이 된다고 한다. 이때, $x+y$ 값을 구하여라. (단, $y \neq 1$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 67

▷ 정답: 128

해설

$$\frac{x}{84} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{3}{y} \Rightarrow x \text{ 는 } 3 \times 7 \times 3 \text{ 의 배수}$$

$x = 63$ 일 때 $y = 4$, $x = 126$ 일 때, $y = 2$ 이다.

$$\therefore 63 + 4 = 67, 126 + 2 = 128$$

13. 두 분수 $\frac{x}{60}$, $\frac{x}{108}$ 가 유한소수일 때, x 의 값 중 가장 큰 자연수를 구하여라. (단, x 는 두 자리 수)

▶ 답:

▷ 정답: 81

해설

$\frac{x}{60} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 5}$, $\frac{x}{108} = \frac{x}{2^2 \times 3^3}$ 유한소수가 되려면
 x 는 3^3 의 배수 중 가장 큰 두 자리 수
 $\therefore x = 81$

14. $2y - [x - \{3x + 4y - \square\}] = -3x + 7y$ 일 때, \square 안에 알맞은 것은?

① $5x + y$

② $-5x + 2y$

③ $-5x - 2y$

④ $5x - y$

⑤ $5x - 2y$

해설

$$2y - \{x - (3x + 4y - \square)\} = -3x + 7y$$

$$2y - (-2x - 4y + \square) = -3x + 7y$$

$$2x + 6y - \square = -3x + 7y$$

$$\therefore \square = 5x - y$$

15. $x + y = 1$, $xy = -3$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 31

해설

$x + y = 1$, $xy = -3$ 이므로

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= (1)^2 - 2 \times (-3) \\ &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore x^4 + y^4 &= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 \\ &= (7)^2 - 2 \times (-3)^2 \\ &= 31\end{aligned}$$

16. 다음을 곱셈 공식을 이용하여 계산하여라.

$$2011^2 - 2012 \times 2010$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & 2011^2 - (2011 + 1)(2011 - 1) \\ &= 2011^2 - 2011^2 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

17. $\frac{2x+y}{4} - \frac{x-3y}{3}$ 를 간단히 하면?

① $2x + 15y$

② $\frac{1}{6}x + \frac{5}{4}y$

③ $\frac{5}{6}x + 5y$

④ $x + 4y$

⑤ $\frac{5}{4}x - \frac{1}{6}y$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2x+y}{4} - \frac{x-3y}{3} \\ &= \frac{3(2x+y) - 4(x-3y)}{12} \\ &= \frac{6x+3y-4x+12y}{12} \\ &= \frac{2x+15y}{12} = \frac{1}{6}x + \frac{5}{4}y \end{aligned}$$

18. $3^{2x-3} \div 3^{x+1} = 243$ 에서 x 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$3^{2x-3-(x+1)} = 3^{x-4} = 3^5$$

$$\therefore x-4=5 \quad \therefore x=9$$

19. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 252

▷ 정답: 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k$ 가 어떤 자연수의 제곱이므로

$\therefore k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \dots$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$k = 4$ 일 때, $x = 63 \times 4 = 252$

$k = 9$ 일 때, $x = 63 \times 9 = 567$

$\therefore x = 252, 567$

20. 자연수 A, B 가 다음 식을 만족할 때, A, B 를 동시에 만족하는 값을 구하여 $A + B$ 의 최솟값을 구하여라.

$$\frac{1}{60} \times A = \frac{1}{B} \quad (\text{단, } \frac{1}{B} \text{ 은 유한소수})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\frac{1}{60} \times A$ 가 유한소수이려면

A 는 3의 배수이어야 하고 $\frac{1}{60} = \frac{1}{AB}$, $AB = 60$ 이므로

(A, B) 를 구하면 $(3, 20), (6, 10), (12, 5), (15, 4)$ 이다.

따라서 $A + B$ 의 최솟값은 16이다.

21. $x:y=2:3$ 일 때, $\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{4}$

해설

$$x:y=2:3$$

$$3x=2y$$

$$\begin{aligned}\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3} &= \frac{3x^7y^8}{-8x^6y^9} = -\frac{3x}{8y} \\ &= -\frac{2y}{8y} = -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

22. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{4606}{B^2}A^3$

② $\frac{4607}{B^2}A^3$

③ $\frac{4608}{B^2}A^3$

④ $\frac{4609}{B^2}A^3$

⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

해설

$$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A$$

$$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3}$$

$$\frac{8^x}{9^x} = \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2}$$

$$= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{B^2}$$

$$= \frac{4608A^3}{B^2}$$

23. $x+y+z=1$, $x^2+y^2+z^2=5$ 일 때, $xy+yz+zx$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \text{ 이므로 } 5 = \\ &1 - 2(xy + yz + zx) \\ \therefore (xy + yz + zx) &= -2\end{aligned}$$

24. 다음 조건을 만족하는 a, b 에 대하여 $\frac{(-3a^2b^3)^2}{4a^5b^5}$ 의 값을 구하여라.

a 의 4배는 b 의 5배와 같다.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{9}{5}$

해설

$$4a = 5b$$

$$a = \frac{5b}{4}$$

$$(\text{준식}) = \frac{9a^4b^6}{4a^5b^5} = \frac{9b}{4a} = \frac{9b}{4 \times \frac{5b}{4}} = \frac{9b}{5b} = \frac{9}{5}$$

25. 어떤 수에 1.6 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.6 을 곱했더니, 정답과 오답의 차가 0.6 이 되었다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

어떤 수를 미지수 x 로 두면

$$x \times 1.6 - x \times 1.6 = 0.6$$

$$x \times \left(\frac{15}{9} - \frac{16}{10} \right) = x \times \frac{6}{90} = \frac{6}{10}$$

$$\therefore x = 9$$

26. $\left(\frac{3}{4}x+2\right)^2 + 3a = bx^2 + cx + 8$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 abc 의 값은?

- ① $\frac{11}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{4}x\right)^2 + 2 \times \frac{3}{4}x \times 2 + 2^2 + 3a \\ &= \frac{9}{16}x^2 + 3x + 4 + 3a \\ & 4 + 3a = 8 \\ & a = \frac{4}{3}, b = \frac{9}{16}, c = 3 \\ & \therefore abc = \frac{4}{3} \times \frac{9}{16} \times 3 = \frac{9}{4} \end{aligned}$$