

1. $x^2 + Ax + 8$ 가 완전제곱식으로 인수분해될 때, A 의 값을 구하여라.
(단, A 는 실수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 4\sqrt{2}$

▷ 정답 : $A = -4\sqrt{2}$

해설

$$(x \pm \sqrt{8})^2 = x^2 \pm 4\sqrt{2}x + 8$$

$$A = \pm 4\sqrt{2}$$

2. 다음 식 $a^2 - 64$ 를 인수분해하면?

① $(a + 8)(a - 8)$

② $(a + 32)(a - 2)$

③ $(a + 32)(a - 32)$

④ $(a + 8)(a + 8)$

⑤ $(a + 16)(a - 4)$

해설

$$a^2 - 64 = a^2 - 8^2 = (a + 8)(a - 8)$$

3. $x^2 - 10x + A = (x + 5)(x - B)$ 일 때, A , B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -75$

▷ 정답 : $B = 15$

해설

$$x^2 - 10x - 75 = x^2 + (5 - B)x - 5B$$

$$5 - B = 10, \therefore B = 15$$

$$\therefore A = -5B = -75$$

4. $x^2 + 4x - 21$, $3x^2 - 5x - 12$ 의 공통인 인수는?

① $x + 4$

② $x + 7$

③ $3x + 4$

④ $3x - 9$

⑤ $x - 3$

해설

$$x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$$

$$3x^2 - 5x - 12 = (x - 3)(3x + 4)$$

5. $2x^2 + Ax - 3$ 의 한 인수가 $x - 3$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -5$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + Ax - 3 &= (x - 3)(2x + a) \\ &= 2x^2 + (a - 6)x - 3a \\ -3a &= -3, \therefore a = 1 \\ \therefore A &= a - 6 = -5 \end{aligned}$$

6. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a=-1, b=3$$

$$\therefore a+3b=-1+9=8$$

7. $ab - b - a + 1$ 을 바르게 인수분해한 것은?

- ① $(a - b)(b + 1)$ ② $(a + b)(b - 1)$ ③ $(a - 1)(b - 1)$
④ $(a + 1)(b - 1)$ ⑤ $(a - 1)(b + 1)$

해설

$$ab - b - a + 1 = b(a - 1) - (a - 1) = (a - 1)(b - 1)$$

8. 다음 다항식의 인수분해 과정에서 ㉠, ㉡에 이용된 공식을 보기에서 찾아 차례로 짝지은 것은?

$$\begin{aligned} &x^2+2xy+y^2-1 \quad \text{---} \quad \boxed{} \quad \text{㉠} \\ &= (x+y)^2-1 \quad \text{---} \quad \boxed{} \quad \text{㉡} \\ &= (x+y+1)(x+y-1) \end{aligned}$$

보기

- (가) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
(나) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
(다) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
(라) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

- ① (가), (나) ② (나), (가) ③ (가), (다)
- ④ (다), (가) ⑤ (가), (라)

해설

$$\begin{aligned} &x^2+2xy+y^2-1 \\ &= (x+y)^2-1 \rightarrow a^2+2ab+b^2=(a+b)^2 \text{ 이용} \\ &= (x+y+1)(x+y-1) \rightarrow a^2-b^2=(a+b)(a-b) \end{aligned}$$

9. $(2x-5)(x-3)-(3x+2)(x-3)$ 를 인수분해하면?

① $(x+3)(x+7)$

② $-(x+3)(x+7)$

③ $-(x-3)(x+7)$

④ $-(x-3)(x-7)$

⑤ $(x-3)(x+7)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-3)(2x-5-3x-2) \\ &= (x-3)(-x-7) \\ &= -(x-3)(x+7)\end{aligned}$$

10. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $25x^2 - 20xy + 4y^2 = (5x - 2y)^2$

② $ax^2 + 2ax + a = (ax + 1)^2$

③ $\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{9}{16}b^2 = \left(\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b\right)^2$

④ $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$

⑤ $(xy)^2 + 22xy + 11^2 = (xy + 11)^2$

해설

② $ax^2 + 2ax + a = a(x + 1)^2$

11. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $2x - 2y$

③ $2x$

④ $2y$

⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x-y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

12. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수가 다른 하나는?

① $9x^2 + 6x + 1 = (\square x + 1)^2$

② $2x^2 + 7x + \square = (2x + 1)(x + 3)$

③ $16x^2 - 9y^2 = (4x + \square y)(4x - 3y)$

④ $4x^2 - 12x + 9 = (2x - \square)^2$

⑤ $x^2 - \square x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

해설

①, ②, ③, ④의 $\square$ 는 3 이고
⑤은 4 이다.

13. $-3a^2 + 12b^2 = k(ma + nb)(ma - nb)$ 일 때, 세 정수 k, m, n 의 곱 kmn 의 값은?(단, $n > 0$)

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} -3a^2 + 12b^2 &= -3(a^2 - 4b^2) \\ &= -3(a + 2b)(a - 2b) \end{aligned}$$

$$k = -3, m = 1, n = 2$$

$$\therefore kmn = -3 \times 1 \times 2 = -6$$

14. 다항식 $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 6) - 60$ 을 인수분해하면?

① $(x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 5)$ ② $(x - 4)(x + 3)(x^2 - x + 4)$

③ $(x + 6)(x - 2)(x^2 + x + 5)$ ④ $(x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 4)$

⑤ $(x - 4)(x + 3)(x^2 + x + 4)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 5x + 6) - 60 \\ &= (x - 1)(x - 2)(x + 2)(x + 3) - 60 \\ &= (x - 1)(x + 2) \times (x - 2)(x + 3) - 60 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) - 60 \\ & \quad x^2 + x = A \text{로 놓으면} \\ & (A - 6)(A - 2) - 60 = A^2 - 8A - 48 \\ &= (A - 12)(A + 4) \\ &= (x^2 + x - 12)(x^2 + x + 4) \\ &= (x + 4)(x - 3)(x^2 + x + 4) \end{aligned}$$

15. $x^4 - 5x^2 + 4$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x + 2$ ③ $x + 1$ ④ $x - 2$ ⑤ $x - 4$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

16. $x^2 + 2xy + y^2 - 5x - 5y$ 를 인수분해하면?

- ① $(x + y)(x + y - 5)$ ② $(x + y)(x + y - 10)$
③ $(x - y)(x + y - 5)$ ④ $(x - y)(x - y - 5)$
⑤ $(x + y)(x - y + 10)$

해설

$$(x + y)^2 - 5(x + y) = (x + y)(x + y - 5)$$

17. $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 = 0$ 은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 는 세 변의 길이이다.)

① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^2(a-b) + a(b^2+c^2) - b(b^2+c^2) \\ &= a^2(a-b) + (a-b)(b^2+c^2) \\ &= (a-b)(a^2+b^2+c^2) = 0 \\ \therefore a-b &= 0, a=b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

18. 다음 빈칸에 반드시 음수가 들어가야 하는 것을 모두 고르면?

$\boxed{\text{㉠}}$

$x^2 + 36x + \boxed{\text{㉡}} = (2x + \boxed{\text{㉢}})^2$

$6x^2 + x + \boxed{\text{㉣}} = (3x + 5)(2x + \boxed{\text{㉤}})$

- ① ㉠, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

$\text{㉠}: 2^2 = 4$

$\text{㉢}: 4 \times \text{㉢} = 36, \therefore \text{㉢} = 9$

$\text{㉡}: 9^2 = 81$

$\text{㉣}: 10 + 3 \times \text{㉣} = 1, \therefore \text{㉣} = -3$

$\text{㉤}: (-3) \times 5 = -15$

19. 신의는 한 번의 길이가 각각 x cm, y cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24 cm 이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① 6 cm

② 25 cm

③ 50 cm

④ 100 cm

⑤ 150 cm

해설

$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

20. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2) \\ &= Ax^2-3Ax-10A \\ &= A(x^2-3x-10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

21. $8^{32} - 1$ 이 자연수 n 에 의해 나누어 떨어질 때, n 의 값의 합을 구하여라.
(단, $60 < n < 70$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

$$\begin{aligned} 8^{32} - 1 &= (2^3)^{32} - 1 = 2^{96} - 1 \\ &= (2^{48} + 1)(2^{24} + 1)(2^{12} + 1) \\ &\quad (2^6 + 1)(2^3 + 1)(2^3 - 1) \end{aligned}$$

60 과 70 사이의 자연수 n 은 $2^6 + 1 = 65$ 또는 $2^6 - 1 = 63$ 이므로
그 합은 $65 + 63 = 128$ 이다.

22. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

23. x 에 관한 이차식 $x^2 + 9x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수 분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a + b = 9$ 가 되는 경우는

$(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5)$

$\therefore (k \text{의 최댓값}) = 4 \times 5 = 20$

24. $\frac{(a+1)^2+(b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = -2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$a+1 = A$, $b+1 = B$ 로 치환하면

$$\frac{(a+1)^2+(b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = \frac{A^2+B^2}{AB} = -2$$

$$A^2+2AB+B^2=0, (A+B)^2=0$$

$$A+B=a+b+2=0$$

$$\therefore a+b=-2$$

25. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{a^2b^2} + 1$ 일 때, $a^8 + b^8 + (a^2 - b^2)^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} \frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} &= \frac{1}{a^2b^2} + 1 \text{ 에서} \\ \frac{b^4 + a^4}{a^2b^2} &= \frac{1 + a^2b^2}{a^2b^2}, a^4 + b^4 - a^2b^2 = 1 \\ \therefore (a^2 - b^2)^2 &= 1 - a^2b^2 \\ \therefore a^8 + b^8 + (a^2 - b^2)^4 &= a^8 + b^8 + (1 - a^2b^2)^2 \\ &= a^8 + b^8 + a^4b^4 - 2a^2b^2 + 1 \\ &= (a^4 + a^2b^2 + b^4)(a^4 - a^2b^2 + b^4) - 2a^2b^2 + 1 \\ &= (a^4 + a^2b^2 + b^2) - 2a^2b^2 + 1 \\ &= a^4 - a^2b^2 + b^4 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$