

1. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2² 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

2. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는
 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

3. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$
곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.
 $x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$
 $= 3, 12, \dots$

4. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024 ② 1280 ③ 1440 ④ 1680 ⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서 n 은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수 n 은 1680 이다.

5. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?
- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$,
 $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서
 $n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

6. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?
- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,
 $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서
 $n = 2 \times 5$, $n = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

7. x 는 $2^5 \times 7^3$ 의 약수 중에서 a^2 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수는? (단, a 는 자연수)

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^5 \times 7^3$ 의 약수 중 $(\text{자연수})^2$ 이 되는 수는
 $1, 2^2, (2^2)^2, 7^2, (2 \times 7)^2, (2^2 \times 7)^2$
 $\therefore$ 6개이다.