1. 세 변의 길이가 $x, x+2, x+4$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x+4$ 가 가장 긴 변이므로 빗변에 해당한다. 따라서 피타고라스 정리를 이용하면

$(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x-6)(x+2) = 0$

$\therefore x = 6 (\because x > 0)$

2. 세 변의 길이가 다음과 같을 때, 직각삼각형인 것은 '○' 표, 직각삼각형이 아닌 것은 '×' 표 하여라.

(1) $6,\ 8,\ 10$
(2) $1,\ 3,\ \sqrt{10}$
(3) $3,\ 3,\ 3\sqrt{2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) ○

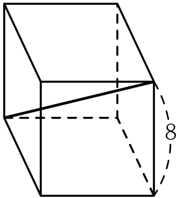
▷ 정답 : (2) ○

▷ 정답 : (3) ○

해설

(1) $10^2 = 6^2 + 8^2$ 이므로 직각삼각형이다.
(2) $(\sqrt{10})^2 = 1^2 + 3^2$ 이므로 직각삼각형이다.
(3) $(3\sqrt{2})^2 = 3^2 + 3^2$ 이므로 직각삼각형이다.

3. 다음과 같이 한 변의 길이가 8인 정육면체의 대각선의 길이를 구하면?



① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$

④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

한 모서리의 길이를 a라 하면

(대각선의 길이)$= \sqrt{3}a = 8\sqrt{3}$

4. 세 모서리의 길이가 다음과 같은 정육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

(1) $3\,\text{cm}$, $3\,\text{cm}$, $3\,\text{cm}$

(2) $9\,\text{cm}$, $9\,\text{cm}$, $9\,\text{cm}$

(3) $2\sqrt{5}\,\text{cm}$, $2\sqrt{5}\,\text{cm}$, $2\sqrt{5}\,\text{cm}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $3\sqrt{3}\,\text{cm}$

▷ 정답 : (2) $9\sqrt{3}\,\text{cm}$

▷ 정답 : (3) $2\sqrt{15}\,\text{cm}$

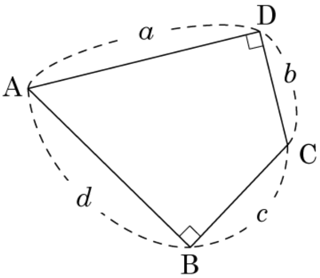
해설

(1) $\sqrt{3^2+3^2+3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

(2) $\sqrt{9^2+9^2+9^2} = \sqrt{243} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

(3) $\sqrt{(2\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2} = \sqrt{20+20+20} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 $\angle\mathrm{B}$ 와 $\angle\mathrm{D}$ 는 90° , $\overline{\mathrm{AD}} = a$, $\overline{\mathrm{CD}} = b$, $\overline{\mathrm{BC}} = c$, $\overline{\mathrm{AB}} = d$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은 ?



① $a + b = c + d$

② $a = d$, $b = c$

③ $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$

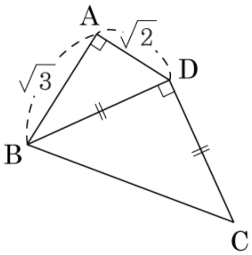
④ $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

⑤ $a - d = b - c$

해설

$\overline{\mathrm{AC}}$가 공통변이고 각각 $\triangle\mathrm{ADC}$, $\triangle\mathrm{ABC}$가 직각삼각형이므로 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$이 성립한다.

6. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 한 대각선을 그었을 때 $\angle BDC = 90°$ 가 성립한다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 한 대각선의 길이를 구하여라.



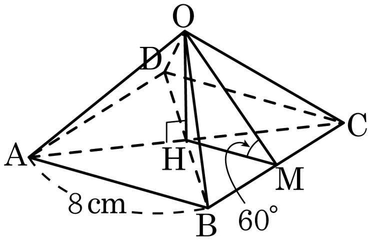
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

피타고라스 정리를 이용하면 $\overline{BD} = \sqrt{5}$
$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{BC} = \sqrt{10}$
$\overline{BC}$ 를 한 변으로 갖는 정사각형의 한 대각선의 길이는 $\sqrt{2} \times \sqrt{10} = 2\sqrt{5}$

7. 다음 그림의 정사각뿔에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{OH}\perp\overline{AC}$, $\angle OMH = 60°$ 일 때, 정사각뿔의 부피를 구하면?



① $\dfrac{32\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ ② $\dfrac{64\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ ③ $\dfrac{128\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$

④ $\dfrac{256\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ ⑤ $\dfrac{512\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$

해설

$\overline{HM} = 4\text{cm}$

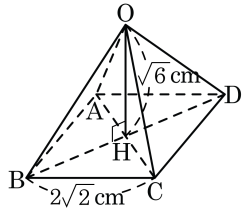
$\overline{HM} : \overline{OH} : \overline{OM} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$\overline{OM} = 2\overline{HM} = 8(\text{cm})$

$\overline{OH} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (부피) $= \dfrac{1}{3} \times 64 \times 4\sqrt{3} = \dfrac{256\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$

8. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형이고, 옆면은 이등변삼각형인 정사각뿔이다. 이 정사각뿔의 높이가 $\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ 일 때, 정사각뿔의 겉넓이를 구하여라.

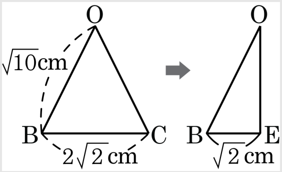


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $24\,\mathrm{cm}^2$

해설

□ABCD 가 정사각형이므로 $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = 4(\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{\mathrm{BH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = 2(\mathrm{cm})$



$\triangle$OBH 에서 $\overline{\mathrm{OB}} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{6})^2} = \sqrt{10}(\mathrm{cm})$

정사각뿔의 겉넓이= 밑넓이 + (옆넓이 × 4)

밑넓이 : $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8(\mathrm{cm}^2)$

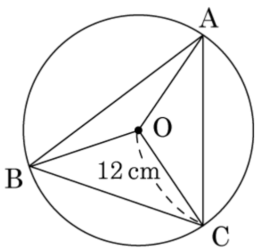
옆넓이 : $\triangle$OBC 넓이 × 4

$\triangle$OBC 넓이 구하기 $\overline{\mathrm{OE}} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{10-2} = 2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ $\triangle$OBC의 넓이 $= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 4(\mathrm{cm}^2)$ 이므로 옆넓이는 $4 \times 4 = 16(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ 겉넓이 $= 8 + 16 = 24(\mathrm{cm}^2)$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 12cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $36\left(3+\sqrt{3}\right)\ \underline{\text{cm}^2}$

해설

$\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이므로

$\angle BOC = 90°,\ \angle AOC = 120°,\ \angle AOB = 150°$

($\triangle ABC$의 넓이)

$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle AOC$

$= \frac{1}{2} \times 12^2 \times \sin(180° - 150°) + \frac{1}{2} \times 12^2 \times \sin 90°$

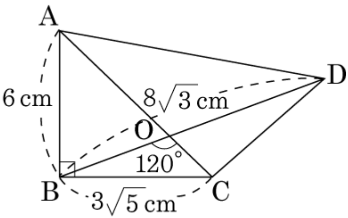
$\quad + \frac{1}{2} \times 12^2 \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{1}{2} \times 12^2 \times (\sin 30° + \sin 90° + \sin 60°)$

$= \frac{1}{2} \times 12^2 \times \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 36\left(3+\sqrt{3}\right)\ (\text{cm}^2)$

10. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\sqrt{5}\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $54\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{5})^2} = \sqrt{81} = 9(\text{cm})$

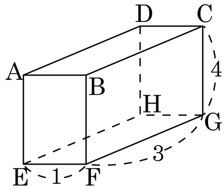
□ABCD의 넓이

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 54(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 1, 3, 4 인 직육면체이다. 꼭짓점 A 에서 G 까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

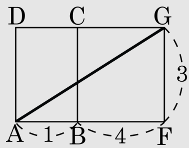
▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

(i) $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 지날 때, $\triangle\mathrm{AGF}$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{\mathrm{AG}}^2 = \overline{\mathrm{AF}}^2 + \overline{\mathrm{FG}}^2$$

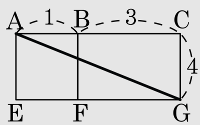
$$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{(1+4)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$



(ii) $\overline{\mathrm{BF}}$ 를 지날 때, $\triangle\mathrm{ACG}$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{\mathrm{AG}}^2 = \overline{\mathrm{AC}}^2 + \overline{\mathrm{CG}}^2$$

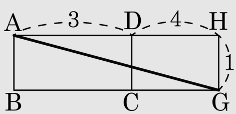
$$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{(1+3)^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



(iii) $\overline{\mathrm{CD}}$를 지날 때, $\triangle\mathrm{AHG}$는 직각삼각형이므로

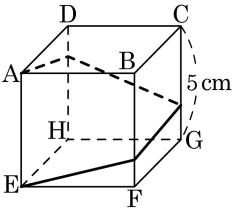
$$\overline{\mathrm{AG}}^2 = \overline{\mathrm{AH}}^2 + \overline{\mathrm{HG}}^2$$

$$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{(4+3)^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 정육면체의 한 꼭짓점 E에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 선 중에서 가장 짧은 선의 길이를 구하여라.

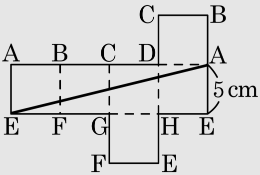


▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $5\sqrt{17}$ cm

해설

위의 그림에서 점 E에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 가장 짧은 선은 $\overline{EA}$ 가 된다.



$\overline{EA}^2 = 5^2 + 20^2 = 25 + 400 = 425$

$\therefore\ \overline{EA} = 5\sqrt{17}\,(\text{cm})$