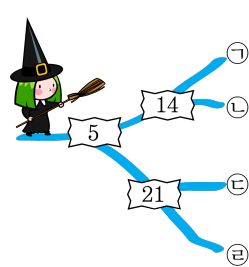


1. 다음은 온라인 수학 게임의 한 장면을 나타낸 것이다. 마법사는 길을 따라 가다가 갈림길에 주어진 수가 소수이면 오른쪽 소수가 아니면 왼쪽 길을 선택한다. 마법사의 최종 도착지는 ㉠ ~ ㉣ 중 어디인지 말하여라.

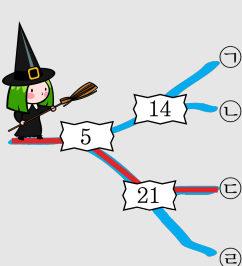


▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

5는 소수이므로 첫 갈림길에서 오른쪽 길로 간다. 그 다음 21은 소수가 아니므로 두 번째 갈림길에서는 왼쪽으로 간다. 따라서 최종 도착지는 ㉢이다.



2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.
- ② 1 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.
- ④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.
- ⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

- ① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.
- ② 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 2 는 소수이다.

3. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

4. 다음 중 180 의 약수는?

① $2^3 \times 5$

② $3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $3^3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

5. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12

② 18

③ 32

④ 36

⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$

② $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

③ $32 = 2^5$

$\therefore (5+1) = 6(\text{개})$

④ $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$

⑤ $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

6. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?

- ① 3 ② 5 ③ 13 ④ 24 ⑤ 36

해설

- ① 72와 3의 최대공약수는 3이므로 서로소가 아니다.
④ 72와 24의 최대공약수는 24이므로 서로소가 아니다.
⑤ 72와 36의 최대공약수는 36이므로 서로소가 아니다.
따라서 주어진 수 중에서 72와 서로소인 것은 5와 13이다.

7. 다음 두 수의 최대공약수는?

$$2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7$$

① 8

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 14

해설

$$2^2 \times 3 = 12$$

8. 12의 배수도 되고 20의 배수도 되는 수는?

- ① 4의 배수 ② 24의 배수 ③ 36의 배수
④ 60의 배수 ⑤ 120의 배수

해설

12와 20의 공배수는 두 수의 최소공배수인 60의 배수이다.

9. $7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

7^1 의 일의 자릿수=7,

7^2 의 일의 자릿수=9,

7^3 의 일의 자릿수=3,

7^4 의 일의 자릿수=1 이므로,

4 번 거듭제곱을 한 수의 일의 자릿수를 모두 더하면 0 이 되는
것을 알 수 있다.

$7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 의 일의 자릿수=9

$\therefore 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지=9

10. 6의 약수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤ 이다.

12. 다음 <보기> 중 소인수분해를 올바르게 한 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $45 = 3^2 \times 5$

㉡ $28 = 2^2 \times 7$

㉢ $150 = 2 \times 3^2 \times 7$

㉣ $512 = 2^9$

㉤ $72 = 2^2 \times 3^3$

㉥ $96 = 2^5 \times 3$

- ① ㉠,㉡,㉢,㉣

② ㉡,㉢,㉤,㉥

③ ㉠,㉡,㉣,㉥

④ ㉡,㉣,㉤,㉥

⑤ ㉠,㉢,㉣,㉥

해설

- ㉢ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

㉤ $72 = 2^3 \times 3^2$

13. 다음 중 $2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 의 소인수를 모두 구한 것은?

㉠ 2, 3, 5

㉡ 2, 3

㉢ 2

㉣ 3, 5

㉤ $2^3, 5$

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

14. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

15. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 13 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

16. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 18cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이를 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 36cm

해설

12와 18의 최소공배수는 36 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 36cm 이다.

17. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a$, $B = 9 \times b$
($a < b$, a 와 b 는 서로소)라 하면
 $405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$
 $\therefore (a, b) = (1, 5)$
따라서 $A = 9$, $B = 9 \times 5 = 45$ 이다.

18. 자연수 a, b, c 에 대하여 $120a = 270b = 150c$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 101

해설

$120a = 2^3 \times 3 \times 5 \times a,$
 $270b = 2 \times 3^3 \times 5 \times b,$
 $150c = 2 \times 3 \times 5^2 \times c$ 이므로
 a, b, c 가 가장 작아지는 값은
 $120a = 270b = 150c = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$ 이다.
 $\rightarrow a = 45, b = 20, c = 36$
 $\therefore a + b + c = 101$

19. 어느 학원에서 수강생들에게 쿠키 108 개, 빵 72 개, 우유 36 개를 똑같이 나누어 주었다.
수강생이 15 명 이상 25 명 이하일 때, 이 학원의 수강생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 18명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 수강생 수는 108 과 72 와 36 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 108 \quad 72 \quad 36} \\ 4 \overline{) 12 \quad 8 \quad 4} \\ \quad 3 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

최대공약수 : $9 \times 4 = 36$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 (명)

공약수 중에서 15 명 이상 25 명 이하인 것은 18 명이다.

20. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

키위 1박스
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

바나나 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

▶ 답 :

▷ 정답 : 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$
→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$
→ 키위 1 박스의 가격 18900 원
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$
→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$
→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

21. $10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
따라서 $x = 6$ 이다.

22. 122 를 나누면 4 가 부족하고 186 을 나누면 3 이 부족한 수 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 63

해설

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $189 = 3^3 \times 7$ 이므로
최대공약수는 $3^2 \times 7 = 63$,
63 의 약수 중 나머지 4 보다 큰 수는 7, 9, 21, 63
따라서 가장 작은 수는 7 이다.

23. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.

따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

24. 세 자연수 54, 72, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 216일 때, 가장 큰 자연수 A 의 값은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, A 에서
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $216 = 2^3 \times 3^3$ 이므로
 A 는 2×3 을 소인수로 가져야 하고, 또한 3의 지수는 1이어야
하므로
 A 의 값이 될 수 있는 것은 6, 12, 24이다.
따라서, 가장 큰 자연수 A 의 값은 24이다.

25. a 이상 b 이하의 자연수 중에서 2 와 3 의 배수이면서 5 의 배수가 아닌 자연수의 갯수를 $n(a, b)$ 로 나타낸다. $n(100, b) = 1000$ 일 때, $n(1, b)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1013

해설

$n(1, b) = n(1, 99) + n(100, b)$ 에서

$n(1, 99) = 16 - 3 = 13$

$\therefore n(1, b) = 13 + 1000 = 1013$