

1. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

- ① $3B$ ② $3B^2$ ③ $9B^2$ ④ $9B$ ⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

2. 순환소수 $1.5\bar{i}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

- ① 9 ② 18 ③ 45 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$1.5\bar{i} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45} \text{ 이므로}$$

자연수가 되기 위해서는 45의 배수를 곱해야 한다.

따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45, 90이다.

3. $0.\dot{5}$ 에 어떤 수 a 를 더하여 $1.0\dot{2}$ 가 되었다. 이 때 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

해설

주어진 순환소수를 분수로 나타내면

$$0.\dot{5} = \frac{5}{9} \text{ 이고 } 1.0\dot{2} = \frac{102 - 10}{90} = \frac{46}{45} \text{ 이므로}$$

$$\frac{5}{9} + a = \frac{46}{45} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = \frac{7}{15}$$

4. x 에 대한 일차방정식 $14x + 1 = a$ 의 해를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수가 된다고 한다. 이때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$14x + 1 = a, \quad x = \frac{a-1}{14} = \frac{a-1}{2 \times 7}$$

유한소수가 되려면 $a-1$ 은 14보다 작은 7의 배수

$$\therefore a = 8$$

5. $x = 0.1\bar{6}$ 일 때, $x - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{42}$

해설

$$x = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{6} - \frac{1}{1+6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 순환소수는 무한소수이다.
- ② 0은 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수가 된다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수로 나타낼 수 없다.
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수이다.

해설

- ② $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \dots$ 등 분수로 표현할 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\dots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

7. $\frac{9}{16}$ 를 유한소수로 나타내는 과정이다.

$\frac{9}{16} = \frac{9}{2^4} = \frac{9 \times A}{2^4 \times A} = \frac{B}{10^C}$ 라 할 때 $B - A + C$ 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5004

해설

$\frac{9}{16} = \frac{9}{2^4}$ 의 분자, 분모에 5^4 을 곱하면

$$\frac{9 \times 5^4}{2^4 \times 5^4} = \frac{5625}{10000} = \frac{5625}{10^4}$$

$\therefore A = 5^4 = 625, B = 5625, C = 4$

$$B - A + C = 5625 - 625 + 4 = 5004$$

8. 순환소수 $1.0\dot{3}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 5 ② 30 ③ 50 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$1.0\dot{3} = \frac{103 - 10}{90} = \frac{31}{30} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{는 } 30 \text{이다.}$$

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 음의 정수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ② 모든 순환소수는 유리수이다.
- ③ 소수는 유한소수와 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 모든 소수는 유리수이다.

해설

- ① 음의 정수는 유리수이므로 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0.4\dot{2} < 0.4$ ② $1.\dot{7}9 = \frac{178}{99}$ ③ $0.\dot{6} > 0.\dot{6}0$

④ $9.\dot{9} = 10$ ⑤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

$$\textcircled{5} \quad 10.0\dot{4} = \frac{1004 - 100}{90} = \frac{904}{90}$$

11. 어떤 수에 1.6 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.6 을 곱했더니, 정답과 오답의 차가 0.6 이 되었다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

어떤 수를 미지수 x 로 두면

$$x \times 1.6 - x \times 1.6 = 0.6$$

$$x \times \left(\frac{15}{9} - \frac{16}{10} \right) = x \times \frac{6}{90} = \frac{6}{10}$$

$$\therefore x = 9$$

12. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x , $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$$\begin{aligned}\frac{22}{111} &= 0.19\bar{8} \\ x &= 198 \\ \frac{7}{3} &= 2.\bar{3} \\ y &= 3 \\ \therefore x + y &= 201\end{aligned}$$

13. $\frac{2^{15} \times 15^{30}}{45^{15}}$ 은 a 자리의 수이다. 이 때, $a^2 + a + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

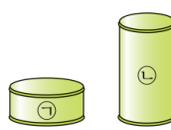
▷ 정답 : 273

해설

$$\frac{2^{15} \times 3^{30} \times 5^{30}}{3^{30} \times 5^{15}} = 2^{15} \times 5^{15} = 10^{15} \text{ 이므로}$$

$$a = 16 \quad \therefore a^2 + a + 1 = 273$$

14. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑면이)×(높이)이므로

$$\text{(㉠의 부피)} = \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$$

$$\text{(㉡의 부피)} = \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore h = \frac{16b}{3}$$

15. $x = \frac{n}{150}$ (n 은 100 이하의 자연수)일 때, x 가 무한소수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 n 이 3의 배수이면 $\frac{n}{150}$ 은 유한소수
 $100 \div 3 = 33 \cdots 1$
 $\therefore 100 - 33 = 67$

16. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 유리수는 $\frac{b}{a}$ 꼴로 나타낼 수 있다. (a, b 는 정수)
- ② 모든 무한소수는 순환소수이다.
- ③ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수 중에는 순환소수로 나타내어지는 수도 있다.
- ⑤ 유리수는 유한소수와 무한소수로 나뉜다.

해설

- ① 유리수는 $\frac{b}{a}$ 꼴로 나타낼 수 있다. (단 $a \neq 0$)
- ② 무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.
- ③ 정수가 아닌 유리수에는 순환소수도 있다.
- ⑤ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나뉜다.

17. 정수, 자연수, 유한소수, 무한소수, 순환소수에 대하여, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
- ㉡ 자연수와 순환소수의 곱은 순환소수이다.
- ㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ㉣ 자연수와 유한소수의 합은 순환소수이다.
- ㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.
㉣ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.
㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.

18. 다음을 만족시키는 한 자리 자연수의 a 의 값은?

$$0.\dot{3}\dot{7} < 0.\dot{a} < 0.\dot{4}\dot{6}$$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 0.\dot{3}\dot{7} &= 0.3777\dots \\ 0.\dot{a} &= 0.aaa\dots \\ 0.\dot{4}\dot{6} &= 0.464646\dots \\ \therefore a &= 4 \end{aligned}$$

19. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

20. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

- ① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다. 따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

21. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcd\dot{e}} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

- ① 15 ② 16 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcd\dot{e}} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$