1. 다음은 분수 $\frac{3}{80}$을 유한소수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

$$\frac{3}{80}=\frac{3}{2^4\times 5}=\frac{3\times\square}{2^4\times 5\times\square}=\frac{375}{10000}=0.0375$$

① 3 ② 5 ③ 3^2 ④ 5^2 ⑤ 5^3

해설

$\frac{3}{80}=\frac{3}{2^4\times 5}=\frac{3\times 5^3}{2^4\times 5\times 5^3}=\frac{375}{10000}=0.0375$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는 5^3 이다.

2. A가 자연수일 때, $\frac{7}{90} \times A$를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때, 가장 작은 자연수 A를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\frac{7}{90} = \frac{7}{2 \times 3^2 \times 5}$ 의 분모의 인수가 2나 5뿐이어야 하므로 A는 9의 배수이고 가장 작은 수는 9이다.

3. 다음 중 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $0.345345\cdots = 0.\dot{3}4\dot{5}$
㉡ $21.1515\cdots = 2\dot{1}.1\dot{5}$
㉢ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}415\dot{1}$
㉣ $0.1232323\cdots = 0.1\dot{2}\dot{3}$
㉤ $8.2359359\cdots = 8.2\dot{3}5\dot{9}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ $21.1515\cdots = 21.\dot{1}\dot{5}$
㉢ $3.14151415\cdots = 3.\dot{1}415\dot{1}$
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

4. 분수 $\frac{13}{9}$ 을 소수로 바르게 나타낸 것은?

① $1.\dot{4}$ ② $1.\dot{5}$ ③ $1.\dot{4}\dot{5}$ ④ $1.\dot{5}\dot{4}$ ⑤ $1.4\dot{5}$

해설

$13 \div 9 = 1.4444\cdots = 1.\dot{4}$

5. $x = 2.43737\cdots$ 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $2.4\dot{3}\dot{7}$ 로 나타낸다.

② 순환마디가 37 이다.

③ 유리수이다.

④ $1000x - 100x = 2413$ 이다.

⑤ 순환하는 무한소수이다.

해설

① $2.4\dot{3}\dot{7}$ 로 나타낸다.
② 순환마디가 37 이다.
③ 유리수이다.
④ $1000x - 10x = 2413$ 이다.
⑤ 순환하는 무한소수이다.

6. 다음 중 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{6} > 0.17$ ② $3.4\dot{9} = 3.5$ ③ $0.\dot{3}\dot{0} = 0.3$

④ $0.4\dot{3} > 0.\dot{4}\dot{3}$ ⑤ $\frac{1}{15} > 0.\dot{0}\dot{6}$

해설

① $\frac{1}{6} < 0.17 \left(\Rightarrow \frac{1}{6} = 0.1666\cdots\right)$

② $3.4\dot{9} = \frac{349-34}{90} = \frac{35}{10} = 3.5$

③ $0.\dot{3}\dot{0} > 0.3 \ (\Rightarrow 0.\dot{3}\dot{0} = 0.3030\cdots)$

④ $0.4\dot{3} < 0.\dot{4}\dot{3} \ (\Rightarrow 0.4\dot{3} = 0.433333\cdots,\ 0.\dot{4}\dot{3} = 0.434343\cdots)$

7. $0.\dot{6}+2.\dot{7}$ 을 계산하여 순환소수로 나타내면?

① $3.\dot{3}$ ② $3.3\dot{4}$ ③ $3.\dot{4}$ ④ $3.4\dot{3}$ ⑤ $3.\dot{5}$

해설

$$0.\dot{6}+2.\dot{7}=\frac{6}{9}+\frac{25}{9}=\frac{31}{9}=3.\dot{4}$$

8. 순환소수 $1.5\dot{1}$에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

① 9 ② 18 ③ 45 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.5\dot{1} = \frac{151-15}{90} = \frac{68}{45}$ 이므로

자연수가 되기 위해서는 45의 배수를 곱해야 한다.

따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45, 90이다.

9. 분수 $\frac{\square}{2\times5^2\times3\times7}$ 이 유한소수로 나타내어진다고 할 때, 다음 중 □ 안에 알맞은 자연수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 21

해설

유한소수로 나타내기 위해서는 분모가 2 나 5 로만 이루어져야 한다.
따라서 분모의 3 과 7 을 인수로 가진 수를
보기에서 고르면 ⑤이다.

10. 분수 $\frac{a}{70}$를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$이 된다고 한다. a가 30 이하의 자연수일 때, a , b의 값은?

① $a=7,\ b=10$　② $a=21,\ b=7$

③ $a=14,\ b=10$　④ $a=21,\ b=10$

⑤ $a=10,\ b=21$

해설

$\frac{a}{70}=\frac{a}{2\times5\times7}$가 유한소수이므로 a는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$이므로 $a=3\times7=21,\ b=2\times5=10$

$\therefore a=21$, $b=10$

11. 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 3 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\frac{1}{30} = 0.03333\cdots$, $\frac{7}{9} = 0.7777\cdots$

$\therefore a=3$, $b=7$

$\therefore a+b=10$

12. 자연수 x 에 대하여 분수 $\frac{8}{45x}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$\frac{8}{45x}$ 이 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 9000 이 되어야 한다.

$\frac{8}{45x} = \frac{8}{9000} = \frac{1}{1125} = 0.000\dot{8}$

따라서 x 의 최솟값은 25

13. 다음은 순환소수를 분수로 고치는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

> 순환소수 $0.4\dot{3}\dot{5}$ 에 대하여 $0.4\dot{3}\dot{5}=x$ 라 하자.
> 그러면 $x=0.4\dot{3}\dot{5}=0.4353535\cdots$
> (가)$=4.353535\cdots$㉠
> (나)$=435.353535\cdots$㉡
> ㉡ − ㉠ 을 하면 $990x=431$
> $\therefore\ x=$ (다)

① $10x$, $100x$, $\dfrac{431}{990}$
② $10x$, $1000x$, $\dfrac{431}{990}$
③ $100x$, $10x$, $\dfrac{431}{900}$
④ $1000x$, $10x$, $\dfrac{431}{900}$
⑤ $10x$, $100x$, $\dfrac{431}{900}$

해설

순환소수 $0.4\dot{3}\dot{5}$에 대하여 $0.4\dot{3}\dot{5}=x$라 하자.
그러면 $x=0.4\dot{3}\dot{5}=0.4353535\cdots$
$10x=4.353535\cdots$㉠
$1000x=435.353535\cdots$㉡
㉡ − ㉠을 하면 $990x=431$
$\therefore\ x=\dfrac{431}{990}$

14. $0.\dot{4}\dot{5} = 45 \times \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 순환소수는?

① $0.1\dot{1}$ ② $0.0\dot{1}$ ③ $0.\dot{0}\dot{1}$ ④ $0.0\dot{0}\dot{1}$ ⑤ $0.\dot{0}0\dot{1}$

해설

$0.\dot{4}\dot{5} = \frac{45}{99} = 45 \times \frac{1}{99}$ 이므로 $\square = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}\dot{1}$

15. $1+0.1+0.01+0.001+0.0001+0.00001+0.000001+\cdots$ 을 계산하여 기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{9}$

해설

$1+0.1+0.01+0.001+\cdots=1.11111\cdots=1.\dot{1}$

$1.\dot{1}=\frac{11-1}{9}=\frac{10}{9}$

16. 다음 식을 만족하는 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

$0.\dot{5}=a\times 0.\dot{1},\ 0.\dot{1}\dot{5}=b\times 0.\dot{0}\dot{1}$

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$0.\dot{5}=\frac{5}{9}=5\times\frac{1}{9}=5\times 0.\dot{1}$, $0.\dot{1}\dot{5}=\frac{15}{99}=15\times\frac{1}{99}=15\times 0.\dot{0}\dot{1}$

따라서, $a=5,\ b=15$ 이므로 $a-b=5-15=-10$

17. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 유리수는 $\frac{b}{a}$ 꼴로 나타낼 수 있다. (a, b 는 정수)

② 모든 무한소수는 순환소수이다.

③ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수이다.

④ 정수가 아닌 유리수 중에는 순환소수로 나타내어지는 수도 있다.

⑤ 유리수는 유한소수와 무한소수로 나뉜다.

해설

① 유리수는 $\frac{b}{a}$ 꼴로 나타낼 수 있다. (단 $a \neq 0$)

② 무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.

③ 정수가 아닌 유리수에는 순환소수도 있다.

⑤ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나뉜다.

18. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \cdots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$개이다.

19. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142\dot{}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

20. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\dfrac{11}{10}$

해설

$x = \dfrac{1}{9}$, $\dfrac{1}{x} = 9$

(준식) $= 1 + \dfrac{1}{1+9} = \dfrac{11}{10}$

21. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15 ② 16 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \dfrac{13665}{99900}$ 이므로 $ab = 13$ 이다.

따라서 $13665 = abcde - 13$

$abcde = 13665 + 13$

$\therefore\ abcde = 13678$

$\therefore\ a + b + c + d + e = 25$

22. $1.\dot{6} = a \times 0.\dot{1}$ 일 때 a 와 $0.2\dot{6}$ 의 역수를 b 라 할 때, ab 의 값은?

① $\frac{125}{4}$ ② $\frac{145}{4}$ ③ $\frac{175}{4}$ ④ $\frac{225}{4}$ ⑤ $\frac{245}{4}$

해설

$\frac{15}{9} = a \times \frac{1}{9}$ $\quad \therefore\ a = 15$

$0.2\dot{6} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$ $\quad \therefore\ b = \frac{15}{4}$

$\therefore\ ab = 15 \times \frac{15}{4} = \frac{225}{4}$

23. $x = \dfrac{n}{150}$ (n은 100 이하의 자연수) 일 때, x가 무한소수가 되도록 하는 n의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 67

해설

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$

n 이 3 의 배수이면 $\dfrac{n}{150}$ 은 유한소수

$100 \div 3 = 33 \cdots 1$

$\therefore 100 - 33 = 67$

24. 다음을 만족시키는 한 자리 자연수의 a 의 값은?

$$0.3\dot{7} < 0.\dot{a} < 0.\dot{4}\dot{6}$$

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$0.3\dot{7} = 0.3777\cdots$
$0.\dot{a} = 0.aaa\cdots$
$0.\dot{4}\dot{6} = 0.464646\cdots$
$\therefore\ a = 4$

25. 정수, 자연수, 유한소수, 무한소수, 순환소수에 대하여, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
㉡ 자연수와 순환소수의 곱은 순환소수이다.
㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
㉣ 자연수와 유한소수의 합은 순환소수이다.
㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

㉢무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.
㉣ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.
㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.