

1. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

2. 다음 중 소수인 것은 모두 몇 개인가?

13 32 57 83 97 171

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

소수인 것은 13, 83, 97 이다. 따라서 3 개이다.

3. 다음 <보기> 중 소인수분해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $52 = 13 \times 5$

㉡ $20 = 2^2 \times 5$

㉢ $80 = 2^4 \times 5$

㉣ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

㉤ $84 = 2^2 \times 3^3$

① ㉠, ㉤

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉣

④ ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉠ $52 = 2^2 \times 13$

㉤ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

4. 다음 중 360 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 1, 2, 3

② 2, 3

③ 2

④ 3, 5

⑤ 2, 3, 5

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

5. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

- ① 8, 9 ② 24, 27 ③ 12, 51
④ 14, 35 ⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

6. 두 자연수의 최대공약수는 20 이다. 이 두 수의 공약수를 모두 고르면?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 20 의 약수이므로 1, 2, 4, 5, 10, 20 이다.
따라서 주어진 수 중에서 두 자연수의 공약수를 모두 고르면 5, 10 이다.

7. 우리 반 영어 선생님은 24 일에 한 번씩 영어 단어 시험을 보고, 18 일에 한 번씩 노트 검사를 한다. 오늘 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후에 다시 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는지 구하여라.

▶ 답 : 일 후

▷ 정답 : 72일 후

해설

24 일마다, 18 일마다 영어 단어 시험과 노트검사를 한다고 하였으므로 24와 18 의 최소공배수인 72 일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

8. $\frac{16}{n}$ 과 $\frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{16}{n}, \frac{20}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 16 과 20 의 공약수이다.
16 과 20 의 최대공약수는 4 이므로 $n = 1, 2, 4$ 이다.

9. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 n 은 2×5 이다.
따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는
 $2 \times 5 = 10$
 $2 \times 5 \times 2^2 = 40$
 $2 \times 5 \times 3^2 = 90$
 $\therefore 10, 40, 90$

10. 자연수 288 의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$ 이므로

약수의 개수는 $(5+1) \times (2+1) = 18$ (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$ 이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1)$ (개)

$6 \times (a+1) = 18$ 이므로

$a+1 = 3$

$\therefore a = 2$

11. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16 개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는
 $(3+1) \times (x \text{의 지수} + 1) \times (1+1) = 16$ 으로 계산된다. $(x \text{의 지수}) + 1 = 2$ 가 되어야 한다.
그러므로 3 이다.

12. 서로 다른 세 수 32, 80, a 의 최대공약수가 16 일 때, a 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 48

▷ 정답 : 64

▷ 정답 : 96

해설

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 32 \quad 80 \quad a} \\ \underline{2 \quad 5 \quad \square} \end{array}$$

세 수를 16 으로 나눈 몫이 각각 2 , 5 , $\square$ 이고, 최대공약수는 16 을 만족하여야 한다.

따라서 a 는 16 의 배수가 되는 두 자리 자연수이다.

또한 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 3, 4, 6 이므로 (서로 다른 세 수이므로 2 와 5 는 제외)

a 의 값은 각각 16, 48, 64, 96 이다.

13. 사과 108 개와 귤 144 개를 하나도 빠짐없이 몇 명의 사람들에게 똑 같이 나누어주려고 한다. 가능한 한 많은 사람에게 나누어 줄 때, 한 사람이 받는 귤의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4 개

해설

사람의 수는 108 과 144 의 최대공약수이다.

$$108 = 2^2 \times 3^3, 144 = 2^4 \times 3^2$$

따라서 사람의 수는 $2^2 \times 3^2 = 36$ (개)

따라서 한 사람이 받는 쿼의 개수는 $144 \div 36 = 4$ (개)

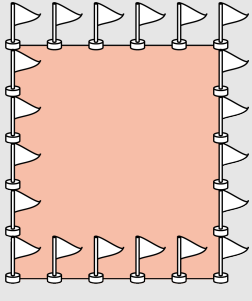
14. 가로 80m , 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우려고 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 22 개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개 이다.



15. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 12 cm, 8 cm, 6 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 필요한 벽돌은 몇 장인지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 24장

해설

정육면체의 한 변의 길이는 12, 8, 6 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 12, 8, 6 의 최소공배수이어야 한다.

따라서 정육면체의 한 변의 길이는 24cm 이고 가로는 $24 \div 12 = 2$ (장), 세로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 높이는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로 구하는 벽돌의 수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ (장)이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 8 \quad 6} \\ 2 \overline{) 6 \quad 4 \quad 3} \\ 3 \overline{) 3 \quad 2 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

16. 두 자연수 15 와 18 , 어느 것으로 나누어도 4 가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 94

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \ 18} \\ \underline{5 \quad 6} \end{array}$$

최소공배수 : $3 \times 5 \times 6 = 90$

구하는 수는 $90 + 4 = 94$

17. 자연수 A 와 36 의 최대공약수가 4 이고 최소공배수는 144 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) \quad A \quad 36} \\ \underline{\quad \quad} \\ a \quad \quad 9 \end{array}$$

A 와 36 의 최소공배수가 144 이므로

$$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$$

$$a = 144 \div 36 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 36 = 4 \times 144$$

$$\therefore A = 4 \times 144 \div 36 = 16$$

18. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$3^1 = 3$,

$3^2 = 9$,

$3^3 = 27$,

$3^4 = 81$,

$3^5 = 243$,

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

19. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

20. 가로, 세로, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 뒀을 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답: 개

▶ 정답 : 15cm

▶ 정답 : 72개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
 x 는 45, 60, 90 의 최대공약수

 $x = 45, 60, 90$ 의 최대승각도

$$45 = 3^2 \times 5, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore x = 3 \times 5 = 15 \text{ (cm)}$$

$$45 = 15 \times 3, 60 = 15 \times 4, 90 = 15 \times 6$$

$$\therefore 3 \times 4 \times 6 = 72 \text{ (개)}$$

21. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 23 개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과 합은 23개이다.

22. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

23. 75 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 3이다.

24. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x] - [20] = 6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42 ② 50 ③ 60 ④ 64 ⑤ 72

해설

$[x] - [20] = 6$
 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 2 = 6$ (개) 이다.
따라서 $[20] = 6$ 이므로
 $[x] - 6 = 6$
 $[x] = 12$
 $12 = 2 \times 6$ 일 때, $x = 2^5 \times 3 = 96$
 $12 = 3 \times 2 \times 2$ 일 때, $x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
 $12 = 4 \times 3$ 일 때, $x = 2^3 \times 3^2 = 72$
따라서 가장 작은 x 의 값은 60 이다.

25. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례 : 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.