

1. $A = 2x^2 + 5xy - 3y^2$, $B = 4x^2 - 5xy + y^2$, $C = -x^2 + 4y^2$ 일 때,
 $2A - \{B - (2C - 3A)\}$ 를 간단히 하면?

① $8x^2 + 30xy - 24y^2$

② $8x^2 - 30xy - 24y^2$

③ $-8x^2 + 30xy - 24y^2$

④ $-8x^2 + 10y^2$

⑤ $-8x^2 - 10y^2$

해설

$$\begin{aligned} 2A - \{B - (2C - 3A)\} &= 2A - B + 2C - 3A \\ &= -A - B + 2C \\ &= -8x^2 + 10y^2 \end{aligned}$$

2. $x + y = 4$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

3. 등식 $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+c)x - c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{11}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

주어진 식에서 동류항의 계수를 비교하면

$$a = b - 2, \quad -(2a + c) = b + c, \quad 1 = c$$

$$a - b = -2, \quad -2a - b = 2$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{4}{3}, \quad b = \frac{2}{3}$$

$$a + b + c = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

4. 다음 식을 간단히 하면?

$$\begin{aligned} & {}^3\sqrt{-8} + \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{-8}\sqrt{-2} \\ & + \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} + \frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} & = {}^3\sqrt{(-2)^3} + \sqrt{4} + \sqrt{8i} \cdot \sqrt{2i} \\ & \quad + \frac{\sqrt{16i}}{\sqrt{4i}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2i}} + \frac{\sqrt{3i}}{\sqrt{2}} \\ & = -2 + 2 + \sqrt{8 \cdot 2i^2} + \sqrt{\frac{16}{4}} - \frac{\sqrt{6}}{2}i + \frac{\sqrt{6}}{2}i \\ & = -2 + 2 - 4 + 2 \\ & = -2 \end{aligned}$$

※ 참고

$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 항상 성립하는 a, b 의 부호를 생각해 보자.

$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 이므로

$\sqrt{-2}\sqrt{-3} = \sqrt{(-2)(-3)} = \sqrt{6}$ 이 된다고 계산할 수도 있다.

그러나 조심해야 할 것은 공식에서 주어지는 조건들이다.

즉, $a < 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 가 성립한다.

마찬가지로 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{-5}} = \sqrt{\frac{10}{-5}} = \sqrt{-2} = \sqrt{2}i$ 라고 함부로 계산해

서는 안 된다.

왜냐하면 $a > 0, b < 0$ 일 때를 제외한 경우에만 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 가

성립하기 때문이다.

5. 등식 $\frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} = 1 - \frac{i}{5}$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $16xy$ 의 값은?

- ① 97 ② 98 ③ 99 ④ 100 ⑤ 101

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} \\ &= \frac{x(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} + \frac{y(1+2i)}{(1+2i)(1-2i)}\end{aligned}$$

$$\frac{(x+y) + 2(y-x)i}{5} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x+y}{5} + \frac{2(y-x)i}{5} = 1 - \frac{i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{x+y}{5} = 1, \quad \frac{2(y-x)}{5} = -\frac{1}{5}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{11}{4}, \quad y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 16xy = 16 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{9}{4} = 99$$

6. 복소수 $\frac{2+3i}{1-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+5i}{2}$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2$$

7. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$
(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$
(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$
따라서 방정식의 두 실근의 합은
 $6 + (-4) = 2$

8. 이차방정식 $x^2 - 2x + m = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < 1$

② $-1 < m < 1$

③ $m < -1$ 또는 $m > 1$

④ $m > 1$

⑤ $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$$D/4 = 1 - m < 0$$

$$\therefore m > 1$$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다. $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

10. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉, $f(2) = 0$ 을 만족시키는 k 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

11. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x-y)(x+y+1)$

② $(x+y)(x-y-1)$

③ $(x-y)(x-y-1)$

④ $(x+y)(x+y-1)$

⑤ $(x+y)(x+y+1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x+y)^2 - (x+y) = (x+y)(x+y-1) \end{aligned}$$

12. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \\ &\text{계수를 비교하면} \\ &a = -1, b = -1, c = -2 \\ &\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4 \end{aligned}$$

13. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x+1)$
 $\therefore f(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

14. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

15. 이차방정식 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (a+2)^2 - 4 = 0$ 이므로

$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$

따라서 $a = 0$ 또는 $a = -4$

따라서 상수 a 의 값의 합은 -4

16. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a+3)x + a^2 + 7 = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \geq 0$

② $-1 < a < 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이어

야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a+3)^2 - (a^2+7) \geq 0$$

$$a^2 + 6a + 9 - a^2 - 7 \geq 0$$

$$6a + 2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$$

17. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때 실수 a, b 를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 5$

해설

계수가 실수이므로 한 근이 $1 + 2i$ 이면 다른 한 근은 $1 - 2i$ 이다.
(두 근의 합) = $(1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \dots\dots\textcircled{1}$
(두 근의 곱) = $(1 + 2i)(1 - 2i) = b \dots\dots\textcircled{2}$
 $\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $a = -2, b = 5$ 이다.

18. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned} \text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1 \end{aligned}$$

19. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

- ① $a^3 + b^3$ ② $a^6 + b^6$ ③ $a^6 - b^6$
④ $a^9 + b^9$ ⑤ $a^9 - b^9$

해설

$$(\text{준 식}) = (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$$

20. $(x^2+x)(x^2+x-8)+12$ 를 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 될 수 없는 것은?

- ① $x-1$ ② $x+1$ ③ $x-2$ ④ $x+2$ ⑤ $x+3$

해설

$$\begin{aligned}x^2+x &= A \text{로 놓으면 주어진 식은} \\ A(A-8)+12 &= A^2-8A+12 \\ &= (A-2)(A-6) \\ \therefore (\text{준식}) &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ &= (x-1)(x+2)(x-2)(x+3)\end{aligned}$$

21. 복소수 z 의 켈레복소수를 \bar{z} 라 할 때, 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $z \neq 0$)

보기

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| ㉠ $z + \bar{z}$ 는 실수이다. | ㉡ $z\bar{z} > 0$ |
| ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다. | ㉣ $z^2 + \bar{z}^2 \geq 0$ |

- ㉠, ㉡ ㉡ ㉠, ㉣ ㉢ ㉠, ㉣
 ㉢, ㉣ ㉣ ㉢, ㉣, ㉣

해설

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$, (a, b 는 실수)
 ㉠ $z + \bar{z} = 2a$ (실수)
 ㉡ $z\bar{z} = a^2 + b^2 > 0$
 ㉢ $z - \bar{z} = 2bi$, $b = 0$ 일 경우에는 0이다.
 즉, z 가 실수부로부터 이루어져 있는 경우에는 실수이다.
 ex) $z = 3, \bar{z} = 3, z - \bar{z} = 3 - 3 = 0$
 ㉣ $z^2 + \bar{z}^2 = 2(a^2 - b^2) \rightarrow$ 우변이 0보다 크거나 같다고 할 수는 없다.

22. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ ($ab \neq 0$)의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = \alpha^2 + \beta^2 = \alpha^3 + \beta^3$ 이 성립한다. 이 때, a, b 의 값은?

① $a = 1, b = 1$ ② $a = 1, b = 2$ ③ $a = -1, b = 2$

④ $a = 2, b = 1$ ⑤ $a = 2, b = 2$

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= a, \quad \alpha\beta = b \\ \alpha + \beta &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ a &= a^2 - 2b = a^3 - 3ab \\ a(a^2 - 3b) &= a \\ \therefore a^2 - 3b &= 1 \\ a^2 - 2b &= a \text{ 이므로 } a - b = 1 \\ (b + 1)^2 - 3b &= 1 \\ b^2 - b &= b(b - 1) = 0 \\ ab \neq 0 \text{ 이므로 } b &= 1 \\ \therefore a &= 2, b = 1 \end{aligned}$$

23. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면 $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과 R 과의 차는?

- ① $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$ ② $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$ ③ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$
④ $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$ ⑤ $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은 $Q(1)$ 과 같으므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

25. $2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 상수 m 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 3xy + my^2 - 3x + y + 1 \\ &= 2x^2 - (3y + 3)x + my^2 + y + 1 \\ &\text{이 두 일차식의 곱으로 인수분해되므로} \\ &D = (3y + 3)^2 - 8(my^2 + y + 1) \\ &= 9y^2 + 18y + 9 - 8my^2 - 8y - 8 \\ &= (9 - 8m)y^2 + 10y + 1 \\ &\text{여기서 } D/4 = 25 - (9 - 8m) = 0 \text{ 이어야 하므로} \\ &25 - 9 + 8m = 0 \\ &8m = -16 \\ &\therefore m = -2 \end{aligned}$$