

1. 실수 a, b 에 대하여 $a < b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2b)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3b$

해설

$ab < 0$ 이면 a, b 의 부호는 서로 반대이므로 $a < 0, b > 0$
 \therefore (준식) $= -a + (a-b) - 2b = -3b$

2. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(1-a)^2}$ 를 간단히 하라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$0 < a < 1$ 일 때, $0 < 1-a < 1$ 이므로 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(1-a)^2} &= -(a-1) - (1-a) \\ &= -a+1-1+a=0\end{aligned}$$

3. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = -a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2}+c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10} \\ &\therefore a = 3 \\ & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &\therefore b = -7, c = 4 \\ &\therefore a + b + c = 0 \end{aligned}$$

4. 유리수 a, b 에 대하여 $\sqrt{3}(12 - \sqrt{2}) - \frac{1}{2\sqrt{6}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 일 때,
 $a + 12b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + 12b = -1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3}(12 - \sqrt{2}) - \frac{1}{2\sqrt{6}} &= 12\sqrt{3} - \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{12} \\ &= 12\sqrt{3} - \frac{13\sqrt{6}}{12}\end{aligned}$$

$$a = 12, b = -\frac{13}{12}$$

$$\therefore a + 12b = -1$$

5. $x^2 - 3x + 4y^2 + 4xy - 6y - 40$ 을 인수분해하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $(x + 2y - 8)(x + 2y + 5)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2 + 4xy + 4y^2 - 3x - 6y - 40 \\ &= (x + 2y)^2 - 3(x + 2y) - 40\end{aligned}$$

$x + 2y = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 3A - 40$$

$$= (A - 8)(A + 5)$$

$$= (x + 2y - 8)(x + 2y + 5)$$

6. $(x+2)^2 + (3x-2)(3x+2)$ 을 인수분해하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x(5x+2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2 + 4x + 4 + 9x^2 - 4 \\ &= 10x^2 + 4x \\ &= 2x(5x + 2)\end{aligned}$$

7. 세 수 $A = \sqrt{12} + \sqrt{6}$, $B = \sqrt{11} + \sqrt{7}$, $C = \sqrt{10} + \sqrt{8}$ 에 대하여 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{12} + \sqrt{6}$

해설

세 수에 대하여

$$A^2 = (\sqrt{12} + \sqrt{6})^2 = 18 + 2\sqrt{72}$$

$$B^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{7})^2 = 18 + 2\sqrt{77}$$

$$C^2 = (\sqrt{10} + \sqrt{8})^2 = 18 + 2\sqrt{80}$$

$A^2 < B^2 < C^2$ 에서

A, B, C 가 모두 양수이므로 $A < B < C$ 이다.

따라서 가장 작은 수는 $\sqrt{12} + \sqrt{6}$ 이다.

8. 다음 수를 수직선 위에 나타낼 때, 오른쪽에서 두 번째에 위치하는 수를 찾아라.

$$\sqrt{5} + 3, -\sqrt{6} - \sqrt{2}, -\sqrt{5}, \sqrt{6} + \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{6} + \sqrt{5}$

해설

$3 + \sqrt{5} - (\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 3 - \sqrt{6} > 0$ 이므로 $3 + \sqrt{5} > \sqrt{6} + \sqrt{5}$
 $\sqrt{6} + \sqrt{5} - (2 + \sqrt{5}) = \sqrt{6} - 2 > 0$ 이므로 $\sqrt{6} + \sqrt{5} > 2 + \sqrt{5}$
따라서 두 번째로 큰 수는 $\sqrt{6} + \sqrt{5}$ 이다.

9. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

- ① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10 - 4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10 - 4 = 6$$

10. $a = -\sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$ 일 때, $a^3 - a + b^3 - b$ 의 값을 구하여라.

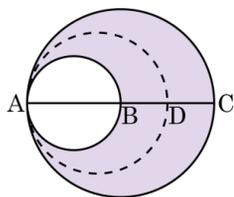
▶ 답:

▷ 정답: $-\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

해설

$$a^3 - a + b^3 - b = -2\sqrt{2} - (-\sqrt{2}) + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = -\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

11. 다음 그림의 두 원은 \overline{AB} , \overline{AC} 를 지름으로 하는 원이고, D는 \overline{BC} 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, \overline{AD} 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



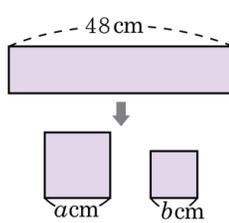
- ① $2\pi xy$ ② πxy ③ $2\pi x^2 y$
 ④ πxy^2 ⑤ $\pi(2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

$$\text{따라서 어두운 부분의 넓이는 } \pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$$

12. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답: cm^2

▷ 정답: 24 cm^2

해설

$$\begin{aligned}
 4a + 4b &= 48 \text{ 이므로 } a + b = 12 \\
 \text{또, } a^2 + b^2 &= 74 \\
 (a + b)^2 - 2ab &= a^2 + b^2 \\
 74 &= 144 - 2ab \\
 ab &= 35 \\
 (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4 \\
 a - b > 0, a - b &= 2 \\
 \therefore a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{ cm}^2)
 \end{aligned}$$