1. 다음 x, y의 다항식 P, Q에 대해 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$\mathrm{P} = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$\mathrm{Q} = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면

$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$

항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$에 대하여 $2A - 3B$를 계산한 식에서 x^2의 계수는 얼마인가?

① 14　② -12　③ 4　④ 17　⑤ 18

해설

$2A - 3B$
$= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1)$
$= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17$

$\therefore$ x^2의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.
$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$

3. $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

4. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$

② 3의 허수부분은 0이다.

③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.

④ $b = 1$ 이면 $a + (b-1)i$ 는 실수이다.

⑤ 제곱하여 -3 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i,\ b = 1$ 이면 $a + (b-1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

5. 복소수 z 를 원소로 하는 집합 $M = \{z \mid z = (x+y)+(x-y)i,\ x,\ y$는 양의 실수 $\}$일 때, 다음 중 M 의 원소인 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-3-2i$　② $-1+2i$　③ $2+3i$
④ $3+4i$　⑤ $5+2i$

해설

복소수 $z = (x+y)+(x-y)i$ 에서 $x > 0,\ y > 0$ 인 실수이므로
$x+y > 0$ 이고 $x+y > x-y$
따라서 (실수 부분)> 0, (실수 부분)>(허수 부분) 이다.
이를 만족시키는 복소수는 ⑤$5+2i$ 이다.

6. $z=1+i$ 일 때, $\dfrac{z\bar{z}}{z-\bar{z}}$ 의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $1+i$ ② $1-i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z=1+i$ 이면 $\bar{z}=1-i$ 이다.

$\therefore \dfrac{z\bar{z}}{z-\bar{z}}=\dfrac{(1+i)(1-i)}{(1+i)-(1-i)}=\dfrac{2}{2i}=-i$

7. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 5 = 0$의 두 근을 α와 β라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$의 값은?

① -7 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 7

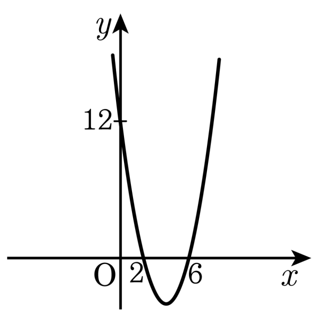
해설

$2x^2 - 4x + 5 = 0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha + \beta = 2,\ \alpha\beta = \frac{5}{2}$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta) = 2^3 - 3 \times \frac{5}{2} \times 2 \\ &= 8 - 15 = -7\end{aligned}$$

8. 다음은 이차함수 $y = (x-2)(x-6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x-2)(x-6) = 0$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 6$
따라서 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(6,\ 0)$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 4$

9. 다항식 x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$가 되도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 직접나눈 나머지는

$(a-b+16)x+4b-8$

$(a-b+16)x+4b-8=3x+4 \cdots\cdots$ ㉠

㉠이 x에 대한 항등식이므로,

$a-b+16=3,\ 4b-8=4$

$\therefore\ a=-10,\ b=3$

$\therefore\ a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10,\ b=3,\ p=-4$를 구해도 된다.

10. x^3-2x^2+a 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=45$

해설

$f(-3)=(-3)^3-2(-3)^2+a=a-45=0$

$\therefore\ a=45$

11. $f(x)=3x^3+px^2+qx+12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9　　② 4　　③ −9　　④ −3　　⑤ −12

해설

$f(-2)=-24+4p-2q+12=0$
$f(1)=3+p+q+12=0$
$p=-3,\ q=-12,\ \frac{q}{p}=\frac{-12}{-3}=4$

12. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

x^2-2x-y^2+2y

$=(x^2-y^2)-2(x-y)$

$=(x+y-2)(x-y)$

$=(x+ay)(x-by+c)$

계수를 비교하면

$a=-1, b=-1, c=-2$

$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

13. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

14. $x = 2009$, $y = 7440$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

① 0　② 1　③ -1　④ i　⑤ $-i$

해설

주어진 식을 정리하면

$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$

$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$

$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{xy + y^2 i - x^2 i + xy} = 0$

따라서 구하는 값은 0

15. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1-2i)z-i\bar{z}=3-5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1+i$　　② $2+i$　　③ $2+2i$

④ $1-i$　　⑤ $2-i$

해설

$z=a+bi$ 라 하면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로
$(1-2i)(a+bi)-i(a-bi)=a+bi-2ai+2b-ai-b$
$=(a+b)+(-3a+b)i=3-5i$
따라서 $a+b=3$, $-3a+b=-5$ 이므로 연립하여 풀면
$a=2$, $b=1$
따라서 $z=2+i$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2+2x+2-a=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 a 의 범위를 구하면?

① $a<1$　　② $a\geq 1$　　③ $-1<a<1$

④ $a>1$　　⑤ $a\geq -1$

해설

$x^2+2x+2-a=0$ 이
서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는
판별식 $D>0$ 이어야 한다.

$\frac{D}{4}=1-(2-a)>0$

$1-2+a>0$

$\therefore\ a>1$

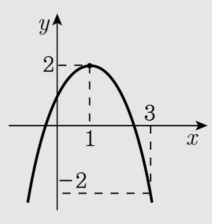
17. x의 범위가 $0 \le x \le 3$ 일 때, 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 1$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = -x^2 + 2x + 1 = -(x-1)^2 + 2$
이므로 오른쪽 그림에서 주어진 이차함수는 $x = 1$ 일 때, 최댓값 2, $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2를 가짐을 알 수 있다.
$\therefore\ M + m = 2 + (-2) = 0$



18. $(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+\cdots+(9^2-10^2)$ 을 구하면?

① 55　② -55　③ 45　④ -45　⑤ 0

해설

$(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+\cdots+(9^2-10^2)$
$=(1-2)(1+2)+(3-4)(3+4)+(5-6)(5+6)+$
$\cdots+(9-10)(9+10)$
$=-(1+2+3+4+\cdots+9+10)$
$=-55$

19. $A = \dfrac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \cdots + A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$ ② 1 ③ 0 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$A = \dfrac{1-i}{1+i} = -i$

$1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \cdots + A^{2005}$

$= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \cdots + (-i)$

$= 1 - i$

20. 방정식 $(k^2-3)x+1=-k(2x-1)$ 에 대하여 해가 무수히 많이 존재하기 위한 k 의 값을 k_1, 해가 존재하지 않기 위한 k 의 값을 k_2 라 할 때, k_1+k_2 의 값을 구하면?

① -1　② 3　③ -3　④ 1　⑤ -2

해설

$(k^2+2k-3)x=k-1$, $(k-1)(k+3)x=k-1$

$k=1$ 일 때, $0\cdot x=0$ (부정)

$\therefore\ k_1=1$

$k=-3$ 일 때, $0\cdot x=-4$ (불능)

$\therefore\ k_2=-3$

$\therefore\ k_1+k_2=-2$

21. x에 대한 이차방정식 $4x^2+2(2k+m)x+k^2-k+2n=0$이 임의의 실수 k에 대하여 항상 중근을 가질 때, 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값을 구하면?

① 3 ② $\frac{7}{8}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{7}{8}$ ⑤ $-\frac{5}{8}$

해설

판별식이 0이어야 한다.

$D' = (2k+m)^2 - 4(k^2-k+2n) = 0$

$\Rightarrow \quad m^2+4km+4k-8n=0$

$\Rightarrow \quad 4k(m+1)+m^2-8n=0$

임의의 k에 대해 성립하려면

$m+1=0, \quad m^2-8n=0$

$\Rightarrow \ m=-1,\ n=\frac{1}{8},\ m+n=-\frac{7}{8}$

22. 이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 의 두 근이 $a-1$, $b-1$일 때, ab의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$x^2-ax+b=0$의 두 근이 $a-1$, $b-1$이므로
두 근의 합은 $a+b-2=a$
$b-2=0$ 이므로 $b=2$
두 근의 곱은
$(a-1)(b-1)=ab-a-b+1$
$=2a-a-2+1=a-1=2$
따라서 $a=3$ 따라서 $ab=2\cdot 3=6$

23. 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 하면 나머지는 5이고, 몫 $Q(x)$를 다시 $x+3$으로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $f(x)$를 $x+3$으로 나눈 나머지는?

① 10 ② -10 ③ 9 ④ -9 ⑤ 8

해설

나머지정리에 의해 $f(x)$를 $x+3$으로 나눈 나머지는 $f(-3)$이다.
$f(x)=(x-2)Q(x)+5$에서
$x=-3$을 대입하면 $f(-3)=(-3-2)Q(-3)+5$
$Q(x)$를 $x+3$으로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $Q(-3)=3$
$\therefore\ f(-3)=-10$

24. $a_1,\ a_2,\ \cdots a_{10}$ 은 1 또는 -1 의 값을 갖고 $a_1a_2\ \cdots\cdots\ a_{10}=1$ 일 때, $\sqrt{a_1}\,\sqrt{a_2}\cdots\cdots\,\sqrt{a_{10}}$ 의 값이 될 수 있는 수를 다음 <보기> 에서 모두 고르면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

보기

㉠ 1　　㉡ -1　　㉢ i　　㉣ $-i$

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$a_1a_2\ \cdots\cdots\ a_{10}=1$ 이면 $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_{10}$ 중에서 -1 이 되는 수는 짝수(0 포함) 개 있다.

i) -1 이 $4k+2(k=0,\ 1,\ 2)$ 개 있을 때

$\sqrt{a_1}\,\sqrt{a_2}\ \cdots\cdots\ \sqrt{a_{10}}$
$=\sqrt{a_1a_2\cdots a_{10}}\ i^{4k+2}=\sqrt{1}\cdot i^2=-1$

ii) -1 이 $4k(k=0,\ 1,\ 2)$ 개 있을 때

$\sqrt{a_1}\,\sqrt{a_2}\ \cdots\cdots\ \sqrt{a_{10}}$
$=\sqrt{a_1a_2\cdots a_{10}}\ i^{4k}$
$=1$

i), ii) 에서 ㉠, ㉡ 만이 옳다.

25. 모든 실수 x에 대하여 이차함수 $y=x^2-2x+2$ 의 그래프가 직선 $y=mx-2$보다 위쪽에 있을 때, 실수 m의 값의 범위를 구하면?

① $-6<m<2$　② $-4<m<1$　③ $-2<m<0$
④ $2<m<5$　⑤ $4<m<6$

해설

모든 실수 x에 대하여 부등식 $x^2-2x+2>mx-2$ 가 성립하므로
$x^2-(m+2)x+4>0$ 에서
이차방정식 $x^2-(m+2)x+4=0$ 의 판별식을 D라 하면
$D=(m+2)^2-16<0$
$(m+6)(m-2)<0$
$\therefore -6<m<2$