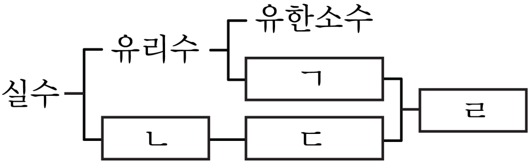
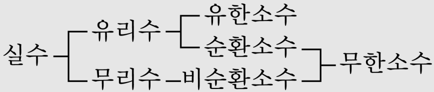
1. 다음은 실수를 분류한 표이다. □안에 들어갈 말로 바르게 짝지어진 것을 <u>모두</u> 고르면? (정답 2개)

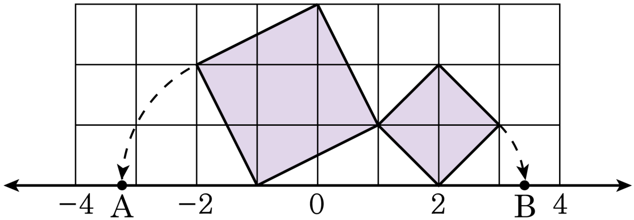


① ㄱ. 비순환소수
② ㄴ. 무리수
③ ㄷ. 무한소수
④ ㄷ. 순환소수
⑤ ㄹ. 무한소수

해설



2. 다음 수직선에서 두 점 A, B 에 대응하는 점을 각각 바르게 나타낸 것은?



① A$\left(-1-\sqrt{5}\right)$, B$\left(2-\sqrt{2}\right)$

② A$\left(-1+\sqrt{5}\right)$, B$\left(2+\sqrt{2}\right)$

③ A$\left(-1-\sqrt{5}\right)$, B$\left(2+\sqrt{2}\right)$

④ A$\left(-1+\sqrt{5}\right)$, B$\left(2-\sqrt{2}\right)$

⑤ A$\left(-1-\sqrt{7}\right)$, B$\left(2+\sqrt{2}\right)$

해설

(큰 정사각형의 넓이)$= 3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$

(한 변의 길이)$=\sqrt{5}$

$\therefore$ A$(-1-\sqrt{5})$

(작은 정사각형의 넓이)$= 2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

한 변의 길이$=\sqrt{2}$

$\therefore$ B$(2+\sqrt{2})$

3. 다음 중 수직선 위에서 $-\sqrt{10}$ 과 3 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 무리수는 무수히 많다.

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

③ 정수는 6 개가 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다.

⑤ 실수는 무수히 많다.

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로 범위는 $-3.\times\times\times \sim 3$

② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다. → 실수 중 유리수만이 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

④ 자연수는 3 개가 있다. → 1, 2 . 두 개 있다.

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{3}\sqrt{5} = \sqrt{15}$

② $-\sqrt{5}\sqrt{7} = -35$

③ $2\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 14$

④ $\sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{7}{2}} = \sqrt{\frac{7}{5}}$

⑤ $\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{3}$

해설

② $-\sqrt{5}\sqrt{7} = -\sqrt{35}$

5. $\dfrac{4\sqrt{a}}{\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화 하였더니 $2\sqrt{6}$ 이 되었다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$$\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{a}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2a}}{2} = 2\sqrt{2a} = 2\sqrt{6}$$

따라서 $2a = 6$ 이므로 $a = 3$ 이다.

6. $4\sqrt{5}+6\sqrt{2}+3\sqrt{5}-4\sqrt{2}$를 간단히 하면?

① $\sqrt{5}-2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{5}+4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{5}+5\sqrt{2}$

④ $7\sqrt{5}-2\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{5}+2\sqrt{2}$

해설

$$4\sqrt{5}+6\sqrt{2}+3\sqrt{5}-4\sqrt{2}$$
$$=(4+3)\sqrt{5}+(6-4)\sqrt{2}$$
$$=7\sqrt{5}+2\sqrt{2}$$

7. $\frac{6}{\sqrt{12}}+\sqrt{48}\times(-\sqrt{3})^2$ 을 간단히 나타내면?

① $11\sqrt{3}$ ② $13\sqrt{3}$ ③ $15\sqrt{3}$

④ $-13\sqrt{3}$ ⑤ $-15\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{6}{\sqrt{12}}+\sqrt{48}\times(-\sqrt{3})^2 &= \frac{6}{2\sqrt{3}}+4\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})^2\\ &= \frac{3}{\sqrt{3}}+4\sqrt{3}\times 3\\ &= \frac{3\sqrt{3}}{3}+12\sqrt{3}\\ &= \sqrt{3}+12\sqrt{3}\\ &= 13\sqrt{3}\end{aligned}$$

8. 다음 중 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?(단, 제곱근표에서 $\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{5}=2.236$이다.)

① $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

④ $\sqrt{2}+1$ ⑤ $\sqrt{3}-0.01$

해설

① 1 과 $\sqrt{3}$ 의 중점은 $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ 1<\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}$

② $1<2<3$ 이므로 $1<\sqrt{2}<\sqrt{3}$

③ $\sqrt{2}$ 가 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있으므로 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 가운데 수 $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ 은 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있다.

④ $1<\sqrt{2}<2$ 이므로 $\sqrt{2}=1.\times\times\times\cdots$

$1<\sqrt{3}<2$ 이므로 $\sqrt{3}=1.\triangle\triangle\triangle\cdots$

따라서, $\sqrt{2}+1=2.\times\times\times\cdots$ 은 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

⑤ $1<\sqrt{3}-0.01<\sqrt{3}$

9. 다음 중 옳은 것은?

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$

③ 음수의 제곱근은 음수이다.

④ 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = -a$

② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = -(a-b) = b - a$

③ 음수의 제곱근은 없다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

10. $\frac{10^8}{20^4} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = 6^b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$\frac{10^8}{20^4} = \frac{10^8}{2^4 \times 10^4} = \frac{10^4}{2^4} = 5^4 = \sqrt{25^4}$, $a=4$

$\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = \sqrt{6^6} = 6^3$, $b=3$

$\therefore a+b=4+3=7$

11. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하여라.

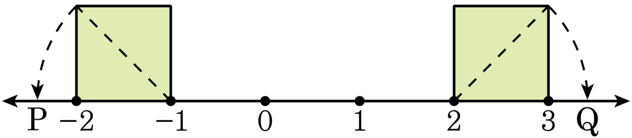
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$,
$a < 1$ 이므로 $\sqrt{(a-1)^2} = -(a-1) = 1 - a$
따라서 $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2} = a + 1 - a = 1$ 이다.

12. 아래 수직선에서 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?



① 0 ② 1 ③ 3

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$

점 P 의 좌표 $a=-1-\sqrt{2}$, 점 Q 의 좌표 $b=2+\sqrt{2}$ 이므로

$a+b=-1-\sqrt{2}+2+\sqrt{2}=1$

13. $\sqrt{54} = a\sqrt{6}$, $\sqrt{108} = 6\sqrt{b}$, $\sqrt{c} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{6}$, $\sqrt{108} = \sqrt{6^2 \times 3} = 6\sqrt{3}$

$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$

$a = 3$, $b = 3, c = 12$ 이므로 $a+b+c = 18$

14. $\sqrt{2}=a,\ \sqrt{6}=b$ 일 때, $\sqrt{0.96}+\sqrt{200}$ 을 $a,\ b$ 를 이용하여 나타내면?

① $5a+\frac{1}{10}b$ ② $5a+\frac{1}{20}b$ ③ $10a+\frac{2}{5}b$
④ $10a+\frac{1}{25}b$ ⑤ $15a+\frac{1}{20}b$

해설

$$\sqrt{0.96}=\sqrt{\frac{96}{100}}=\frac{\sqrt{2^4\times 6}}{10}=\frac{4\sqrt{6}}{10}=\frac{2}{5}b$$

$$\sqrt{200}=\sqrt{2\times 100}=10\sqrt{2}=10a$$

$$\therefore\ \sqrt{0.96}+\sqrt{200}=10a+\frac{2}{5}b$$

15. $\sqrt{3}(3-5\sqrt{2})-5(2\sqrt{6}-\sqrt{3})=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

① -7 ② 7 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

$3\sqrt{3}-5\sqrt{6}-10\sqrt{6}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}-15\sqrt{6}$

$\therefore a+b=8-15=-7$

16. $a=\sqrt{5}$일 때, $\dfrac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}}+\dfrac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}}$를 간단히 하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\sqrt{5}$

해설

$$\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}}+\frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}}=\frac{(\sqrt{a+1})^2+(\sqrt{a-1})^2}{\sqrt{a-1}\times\sqrt{a+1}}$$

$$=\frac{a+1+a-1}{\sqrt{a^2-1}}$$

$$=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5-1}}=\sqrt{5}$$

17. 다음 표는 제곱근표의 일부분이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3	4
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353	1.356
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389	1.393

① $\sqrt{1.91}$
② $\sqrt{163}$
③ $\sqrt{0.0172}$
④ $\sqrt{19.3}$
⑤ $\sqrt{1.52}+\sqrt{0.000142}$

해설

④ $$\sqrt{19.3}=\sqrt{1.93\times\frac{1}{10}}=\sqrt{0.193\times\frac{1}{100}}=\frac{\sqrt{0.193}}{10}$$

∴ 주어진 표를 이용하여 구할 수 없다.

18. 196의 제곱근을 각각 x, y라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196이 되는 수 중 $x > y$인 수는

$x = 14$, $y = -14$ 이므로

$\sqrt{3x-2y+11} = \sqrt{81} = 9$

따라서 9의 제곱근은 ± 3이다.

19. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$ ② $a > \frac{1}{a}$ ③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$ ⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

20. 다음의 두 식 A, B에 대하여 $A+B$를 계산하여라.

$$\mathrm{A} = \sqrt{\left(3-\sqrt{10}\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{10}-3\right)^2}$$
$$B = \sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)^2} + \sqrt{\left(2\sqrt{2}-2\right)^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3 < \sqrt{10},\ 2 < 2\sqrt{2} < 3$

$A = -\left(3-\sqrt{10}\right) - \left(\sqrt{10}-3\right) = 0$

$B = \left(3-2\sqrt{2}\right) + \left(2\sqrt{2}-2\right) = 1$

$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$

21. 다음 중 옳은 것은?

① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.

② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.

③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.

⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

① 유리수 9 의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
⑤ 0 의 제곱근은 1 개, -1 의 제곱근은 0 개이므로 옳지 않다.
따라서 옳은 것을 고르면 ③ 이다.

22. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

① 11 개　② 10 개　③ 9 개　④ 8 개　⑤ 7 개

해설

$7 \sim 14$ 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
$7, 8, 10, 11, 12, 13, 14$ (7 개)

23. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.
분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로
$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times$ (자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$
$y = 2$ 일 때, x 는 $2\times3\times$(자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $2\times3\times1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$
$y = 3$ 일 때, x 는 (자연수)^2 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$
y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.
따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

24. $\sqrt{19} < \sqrt{5x} < \sqrt{699}$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{5x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$\sqrt{19}$ 과 $\sqrt{699}$ 사이의 자연수 :
$\sqrt{5^2}$, $\sqrt{6^2}$, $\sqrt{7^2}$, $\sqrt{8^2}$, $\cdots$, $\sqrt{24^2}$, $\sqrt{25^2}$, $\sqrt{26^2}$
이 중에서 5 의 배수는
$\sqrt{5^2}$, $\sqrt{10^2}$, $\sqrt{15^2}$, $\sqrt{20^2}$, $\sqrt{25^2}$
$\therefore$ 5 개

25. $a<0,\ b<0$ 이고, $ab=9$ 일 때, $\dfrac{\sqrt{\dfrac{a}{b}}}{a}+\dfrac{\sqrt{\dfrac{b}{a}}}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{2}{3}$

해설

$a<0,\ b<0$ 이므로 $a=-\sqrt{a^2}, b=-\sqrt{b^2}$

$$\frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{a}+\frac{\sqrt{\frac{b}{a}}}{b}$$

$$=\frac{1}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{1}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$=\left(-\sqrt{\frac{1}{a^2}}\right)\sqrt{\frac{a}{b}}+\left(-\sqrt{\frac{1}{b^2}}\right)\sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$=-\sqrt{\frac{1}{ab}}-\sqrt{\frac{1}{ab}}=-2\sqrt{\frac{1}{ab}}$$

$$=-2\times\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{2}{3}$$