

1. 어떤 수를 5로 나누었더니 몫이 6이고, 나머지가 2이었다. 이 수를 3으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0 은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4 개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1 과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

3. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $a = 2$
- ▷ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

4. $2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore 9$

5. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

- ① 8, 9 ② 24, 27 ③ 12, 51
④ 14, 35 ⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

6. 어떤 수와 28 의 최대공약수는 14 이고 최소공배수는 84 일 때, 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned}(\text{어떤수}) \times 28 &= 14 \times 84 \\ \therefore (\text{어떤수}) &= 42\end{aligned}$$

7. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.

㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣ 392 는 4 의 배수이다.

㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣. 392 는 4 의 배수이다.

8. $x \times x \times y \times y \times z \times z = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

(준식) $= x^2 \times y^2 \times z^2$ 이므로 $a = 2, b = 2, c = 2$ 이다.
따라서 $a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$ 이다.

9. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기
풀이)
㉠ 10 을 소인수분해하면 2×5 이므로
㉡ $3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$
㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1 을 더하여 곱하면
㉣ $(0 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개})$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 32$ (개)이다.

10. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

11. 굴 60 개, 배 45 개, 감 30 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 15 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30 의 최대공약수이므로 15 (명)이다.

12. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

① 6 ② 12 ③ 36 ④ 42 ⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72$, $140 + 4 = 144$, $210 + 6 = 216$ 의 최대공약수는 72 이다.

13. 15, 18, 30 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 90$$

14. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 5^2$, $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수를 구하면, $2^A \times 3^B \times 5^C \times 7^D$ 이다.

$A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 와 $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수는

$2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 이므로

$A = 2$, $B = 4$, $C = 2$, $D = 1$ 이고,

$A + B + C + D = 9$ 이다.

15. 세 자연수의 비가 $3 : 4 : 6$ 이고 최소공배수가 96 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 28

② 48

③ 56

④ 70

⑤ 84

해설

세 자연수의 비가 $3 : 4 : 6$ 이므로 세 자연수는 각각 $3 \times a$, $4 \times a$, $6 \times a$ 로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times a = 96 = 2^5 \times 3$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 8$ 이다.

따라서 세 자연수는 각각 $24 = 3 \times 8$, $32 = 4 \times 8$, $48 = 6 \times 8$ 이다.

16. 가로 길이가 20cm, 세로 길이가 16cm 인 직사각형 모양의 타일을
빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형 모양을 만들려고 한다. 필요한
타일의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 20 개

해설

만들고자 하는 정사각형의 한 변의 길이는 타일의 가로(20cm), 세로(16cm) 길이의 최소공배수와 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 20 \quad 16} \\ 2 \overline{) 10 \quad 8} \\ \hline 5 \quad 4 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 5 \times 4 = 80(\text{cm})$$

만들고자 하는 정사각형의 한 변의 길이가 80cm 이므로

$$(\text{가로}) = 80 \div 20 = 4(\text{개})$$

$$(가로) = 80 \div 20 = 4(개)$$

(세로) = $80 \div 16 = 5(\text{개})$
따라서 (구하는 타일의 수) = $4 \times 5 = 20(\text{개})$ 이다.

17. $\frac{12}{7}$, $\frac{36}{5}$, $\frac{15}{4}$ 의 어느 것에 곱하여도 양의 정수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{100}{3}$ ④ $\frac{120}{3}$ ⑤ $\frac{140}{3}$

해설

7, 5, 4 의 최소공배수 : 140

12, 36, 15 의 최대공약수 : 3

따라서, 구하는 분수는 $\frac{140}{3}$ 이다.

18. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① 1, 4

② 4, 5

③ 5, 20

④ 4, 5, 20

⑤ 1, 2, 4, 5, 20

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

19. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3
풀이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

20. 9로 나누면 나머지가 8, 8로 나누면 나머지가 7, 7로 나누면 나머지가 6, 6으로 나누면 나머지가 5, 5로 나누면 나머지가 4인 자연수 중에서 최소의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2519

해설

조건을 만족하는 수는
(9, 8, 7, 6, 5의 공배수)-1의 꼴이고
9, 8, 7, 6, 5의 최소공배수는 2520이다.
따라서 최소의 자연수는 $2520 - 1 = 2519$ 이다.