

1. $x^2 - 6x + A = (x + B)^2$ 일 때, AB 의 값은?

① -36

② -27

③ 27

④ 36

⑤ 216

해설

$$(x + B)^2 = x^2 + 2BxB^2 = x^2 - 6x + A$$

$$2B = -6, B = -3$$

$$B^2 = (-3)^2 = 9 = A$$

$$\therefore AB = 9 \times (-3) = -27$$

2. $x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$ 을 인수분해하면?

① $\left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$

② $\left(x + \frac{1}{6}\right) (x + 1)$

③ $\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$

④ $(x - 1) \left(x - \frac{1}{6}\right)$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$

해설

$a = -\frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{3}$ 라 하면 $a + b = -\frac{5}{6}$, $ab = \frac{1}{6}$ 이므로

$x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$ 이 성립한다.

3. 다음 중 x 에 관한 이차방정식은?

① $x(2x - 1) = 3x^2 + 1$

② $3x^2 + x = 3(x - 2)^2$

③ $x^3 - 4x + 3 = 1 + x^3$

④ $2x^3 - x = 0$

⑤ $(x - 2)(x - 5) = x^2 - 10$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이 이차방정식 이다.

② $13x - 12 = 0$: 일차방정식

③ $4x - 3 = 0$: 일차방정식

④ $2x^3 - x = 0$: 삼차방정식

⑤ $7x - 20 = 0$: 일차방정식

4. 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 2$ 를 방정식에 대입하면 $4 - 4a + a^2 = 0$ 이다.

$$(a - 2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

5. 이차방정식 $(x-5)^2 = a$ 의 한 근이 $x = 5 - \sqrt{3}$ 일 때, 다른 한 근은?
(단, $a \geq 0$)

① 5

② $3 + \sqrt{5}$

③ $3 - \sqrt{5}$

④ $5 + \sqrt{3}$

⑤ 3

해설

$$x - 5 = \pm \sqrt{a}$$

$$\therefore x = 5 \pm \sqrt{a}$$

$a = 3$ 이므로 다른 한 근은 $5 + \sqrt{3}$ 이다.

6. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 이 $(x^2+bx+c)^2$ 으로 인수분해 될 때 $b-c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(x+3) \times (x+1)(x+2)+1 \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 \end{aligned}$$

$x^2+3x=A$ 라 하면

$$A^2+2A+1=(A+1)^2=(x^2+3x+1)^2$$

$$\therefore b=3, c=1$$

$$\therefore b-c=3-1=2$$

7. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

8. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - (2 - \sqrt{3})^2$$

▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{3} - 5$

해설

$$\frac{1(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

$$(2 - \sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2 + \sqrt{3}) - (7 - 4\sqrt{3}) \\ &= -5 + 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

9. $(x + 2)(y + 2) = 20$, $xy = 6$ 일 때, $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 65

해설

$$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = (x + y)^3 - 2xy(x + y)$$

$$(x + 2)(y + 2) = 20, xy = 6 \text{ 에서}$$

$$6 + 2(x + y) + 4 = 20 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x + y = 5$$

$$\therefore (x + y)^3 - 2xy(x + y) = 5^3 - 2 \times 6 \times 5 = 65$$

10. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면?

① $(2x + 1)(x + 2) = 0$

② $(2x - 1)(x + 2) = 0$

③ $-(2x - 1)(x - 2) = 0$

④ $-\frac{1}{2}x(x - 2) = 0$

⑤ $2(2x + 1)(x - 2) = 0$

해설

해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 이므로

$2x + 1 = 0$ 또는 $x - 2 = 0$ 이다.

따라서 구하는 이차방정식은 $2(2x + 1)(x - 2) = 0$ 이다.

11. 신의는 한 변의 길이가 각각 x cm , y cm 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 24cm 이고 넓이의 차가 150 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① 6 cm

② 25 cm

③ 50 cm

④ 100 cm

⑤ 150 cm

해설

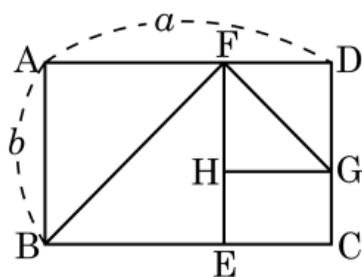
$$4x - 4y = 24 \text{ 이므로 } x - y = 6$$

$$x^2 - y^2 = 150 \text{ 이므로 } (x + y)(x - y) = 150$$

$$x + y = 25$$

$$\therefore 4x + 4y = 100$$

12. 다음 그림에서 $\square ABFE$ 와 $\square FHGD$ 가 정사각형일 때, 사각형 HECG 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a - b)(ta + sb)$ 이다. $t + s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t + s = 1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로

$$\overline{HE} = b - (a - b) = 2b - a, \overline{EC} = a - b$$

남은 사각형의 넓이는 $(2b - a)(a - b)$ 이다.

따라서 $t = -1, s = 2$ 이므로 $t + s = 1$ 이다.

13. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

14. 두 이차식 $x^2 - ax + b = AB$, $x^2 + ax - b = CD$ 가 각각 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, $x(A + B + C + D) - 4a^2$ 의 인수로 옳은 것은?

① $x - 2a$

② $x - a$

③ x

④ $x + a^2$

⑤ $x^2 + a$

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad x^2 - ax + b &= AB \\ &= (x + \alpha)(x + \beta) \\ &= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A + B &= (x + \alpha) + (x + \beta) \\ &= 2x + \alpha + \beta = 2x - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad x^2 + ax - b &= CD \\ &= (x + \gamma)(x + \delta) \\ &= x^2 + (\gamma + \delta)x + \gamma\delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C + D &= (x + \gamma) + (x + \delta) \\ &= 2x + \gamma + \delta = 2x + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x(A + B + C + D) - 4a^2 & \\ &= x(2x - a + 2x + a) - 4a^2 \\ &= 4x^2 - 4a^2 = 4(x + a)(x - a) \end{aligned}$$

15. x 에 관한 방정식 $x^2 + (3 - a)x - 3a = x^2 - 2(b + 1) + 4b = x^2 + (5a - 6b)x - 30ab = 0$ 을 만족하는 근이 양수일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = \frac{1}{3}$

해설

$$x^2 + (3 - a)x - 3a = 0 \text{에서 } (x - a)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = a \text{ 또는 } x = -3 \cdots \textcircled{A}$$

$$x^2 - 2(b + 1)x + 4b = 0 \text{에서 } (x - 2b)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2b \text{ 또는 } x = 2 \cdots \textcircled{B}$$

$$x^2 + (5a - 6b)x - 30ab = 0 \text{에서}$$

$$(x + 5a)(x - 6b) = 0$$

$$\therefore x = -5a \text{ 또는 } x = 6b \cdots \textcircled{C}$$

세 이차방정식을 동시에 만족하는 공통근이 양수이므로

$$\textcircled{A} \text{에서 공통근은 } x = a \quad \therefore a > 0$$

$$\textcircled{C} \text{에서 } -5a < 0 \text{이므로 공통근은 } x = 6b$$

$$\therefore b > 0$$

$$\textcircled{B} \text{에서 } 2b \neq 6b \text{이므로 공통근은 } x = 2$$

$$\text{즉, } x = 2 \text{이므로 } a = 2, 6b = 2$$

따라서 $a = 2, b = \frac{1}{3}$ 이다.