

1. 다음 중 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

① $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 홀수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$

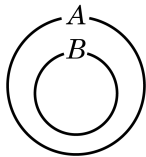
④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 보다 작은 홀수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{ 인 수}\}$

해설

④ $\{1, 3, 5, 7\}$

2. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



① $\{\emptyset\}$

② $\{7, 14\}$

③ $\{1, 14, 21\}$

④ $\{7, 14, 21\}$

⑤ $\{7, 14, 21, 28\}$

해설

$A = \{7, 14, 21\}$ 이고 $B \subset A$ 이어야 한다.

① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \notin A$

3. $\{a\} \subset X \subset \{a, b, c\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

집합 X 는 a 를 반드시 원소로 가지는 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

4. 다음에서 $\{5, 10, 15\}$ 와 같은 집합의 개수는?

보기

㉠ $\{5, 15, 10\}$

㉡ $\{1, 5, 10\}$

㉢ $\{10, 5 \times 4, 5\}$

㉣ $\{5, 5 \times 2, 5 \times 3\}$

㉤ $\{10, 11\}$

㉥ $\{25, 5, 3 \times 5\}$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$\{5, 15, 10\} = \{5, 5 \times 2, 5 \times 3\} = \{5, 10, 15\}$$

5. 다음에서 두 집합 A , B 가 서로소인 것을 고르면?

① $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 소수}\}$

② $A = \{x \mid x \geq 1 \text{인 실수}\}$, $B = \{x \mid x \leq 1 \text{인 실수}\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$

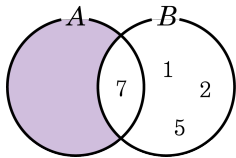
④ $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$

⑤ $A = \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$,
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

해설

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\} \\ &= \{3, 5, 7, 9, \dots\} \end{aligned}$$

6. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 2, 5, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 일 때 색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

색칠한 부분의 원소는 집합 $A \cup B$ 에서 $A \cap B$ 의 원소를 뺀 것이다.
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 8, 9 이다.
 원소의 합은 $3 + 8 + 9 = 20$ 이다.

7. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$,
 $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수를 구하면?

① 2 개

② 4 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$A \cup X = A$ 이면 $X \subset A$,

$(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$

$\therefore (A \cap B) \subset X \subset A$

$A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 는 3, 4, 5 를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

8. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $B \cap A^c = A - B$

② $A \cap U = U$

③ $A^c = U - A$

④ $A \cap \emptyset = U$

⑤ $A \cup U = A$

해설

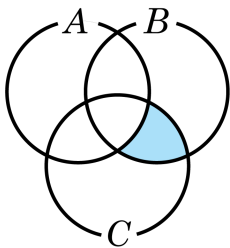
① $B \cap A^c = B - A$

② $A \cap U = A$

④ $A \cap \emptyset = \emptyset$

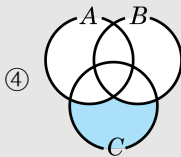
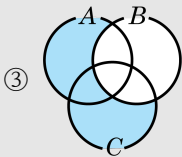
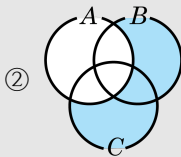
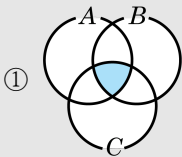
⑤ $A \cup U = U$

9. 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분은 나타내는 집합은?



- ① $A \cap B \cap C$ ② $(B \cup C) - A$ ③ $(A \cup C) - B$
 ④ $C - (A \cup B)$ ⑤ $(B \cap C) - A$

해설



10. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉣

③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉦

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉡ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

11. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 3 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $1 \in A$

② $3 \notin A$

③ $4 \notin B$

④ $7 \in B$

⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 ... 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, ... 이므로 $7 \in B$ 이다.

12. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 분수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{x|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 자연수}\}$

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다. : 유한 집합
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 분수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ③ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한 집합
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ⑤ x 가 될 수 있는 수는 2,3 뿐이다. : 유한집합

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$X = \{2, 3, 5\}$ 이므로 진부분집합의 개수는 $2^{5-2}-1 = 8-1 = 7$ (개)

14. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.

15. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{미만의 소수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $C \cup (B \cap A)$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 2, 4, 8\}$ 이다.

먼저 집합 B 와 A 의 교집합을 구하면 $\{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

$C \cup (B \cap A) = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8 = 30$ 이다.

16. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 3$, $B - A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

$A = \{3, 6, 9\}$, $n(A \cap B) = 3$ 이므로

$$A \cap B = A$$

$$\therefore A \subset B$$

$$\therefore B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$$

그러므로 원소의 개수는 6 개이다.

17. 두 집합 $A = \{1, a, b, 15\}$, $B = \{2, 3a, b-2\}$ 에 대하여 $A-B = \{3, 5\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$A-B = \{3, 5\}$ 이므로 3과 5는 집합 A 의 원소이다. $3 \in A$, $5 \in A$ 이다.

따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$ 이다.

(i) $a = 3$ 이면 $b = 5$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ 이다.

이 때, $A-B = \{1, 5, 15\}$ 이므로 성립한다.

(ii) $a = 5$ 이면 $b = 3$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$ 이다.

이 때, $A-B = \{3, 5\}$ 이므로 성립한다.

$\therefore a = 5, b = 3$

18. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 7, 9\}$, $B = \{3, 9\}$ 에 대하여

$B \cup X = X$, $(A - B) \cap X = \{7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
(단, X 는 U 의 부분집합이다.)

▶ 답: 개

▷ 정답: 2개

해설

$\{3, 9\} \cup X = X$, $\{1, 7\} \cap X = \{7\}$ 이므로

$\{3, 9\} \subset X$, $1 \notin X$, $7 \in X$ 이다. 따라서 $\{3, 7, 9\} \subset X \subset \{3, 5, 7, 9\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^1 = 2$ (개) 이다.

19. 자연수의 집합에서 자연수 k 의 배수의 집합을 S_k 로 표시할 때, $(S_4 \cap S_6) \supset S_k$ 일 때, k 의 최솟값을 k_1 , $(S_4 \cup S_6) \subset S_k$ 일 때, k 의 최댓값을 k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값은 ?

① 2

② 6

③ 8

④ 12

⑤ 14

해설

$(S_4 \cap S_6) \supset S_{12}$ (12는 4와 6의 최소공배수)

$\therefore$ 최솟값 : 12

$(S_4 \cup S_6) \subset S_2$ (2는 4와 6의 최대공약수)

$\therefore$ 최댓값 : 2

$\therefore k_1 + k_2 = 14$

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cup B)^c$ 으로 정의할 때, 다음 중 $(B * A) * B$ 와 항상 같은 것은?

① A

② B

③ $A - B$

④ $B - A$

⑤ A^c

해설

$$\begin{aligned}(B * A) * B &= ((B \cup A)^c \cup B)^c = (B \cup A) \cap B^c \\ &= (A \cup B) - B = A - B\end{aligned}$$

21. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 29$, $n(B) = 32$, $n(A \cup B) = 46$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$46 = 29 + 32 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 15$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 29 - 15$$

$$= 14$$

22. 다음을 보고, $n(A)$ 를 구하여라.

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{60}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수} \right\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 60 의 약수가 되어야 한다.

$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$ 일 때,

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

$\therefore n(A) = 12$

23. 집합 A 의 멱집합 2^A 을 $2^A = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2\}$, $B = 2^A$ 일 때, $n(2^B)$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$n(A) = 2$ 이므로 $n(2^A) = 2^2 = 4$ 개

$\therefore n(B) = 4, n(2^B) = 2^4$ (개)

24. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

$$A \subset B, B \subset D, C \subset D, D \subset E$$

- ① 집합 A 는 집합 E 의 부분집합이다.
- ② 집합 B 는 집합 E 의 부분집합이다.
- ③ 집합 C 는 집합 E 의 부분집합이다.
- ④ 집합 B 는 집합 C 의 부분집합이다.
- ⑤ $D \subset C$ 이면, $A \subset C$ 이다.

해설

④ 집합 B 가 집합 C 의 부분집합인지는 주어진 조건만으론 알 수 없다.

25. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$$A = \{1, 2, 4\}$$

$$X : \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \\ \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4가 각각 4번씩 더해지므로
 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

26. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}) = n(\{x \mid x \text{는 } 14 \text{의 약수}\})$

해설

① $3 - 2 = 1$

② 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 일 때,
 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$ 이다.

④ 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때,
 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.

⑤ $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$, $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

27. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 집합연산이 옳지 않은 것은?

① $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cap C)$

② $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$

③ $(A - C) \cup (B - C) = (A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - (B \cup C) = A - (B \cup C)$

⑤ $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cup C)$

해설

① (좌변)

$$= (A - B) \cup (A - C)$$

$$= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

$$= A \cap (B^c \cup C^c)$$

$$= A \cap (B \cap C)^c \quad (\because \text{분배법칙과 드 모르간의 법칙})$$

$$= A - (B \cap C)$$

$$= \text{우변} \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

② (우변)

$$= (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$$

$$= (A \cup B) - (A \cap B) \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

벤다이어그램을 그려보면 좌변과 같음을 확인할 수 있다.

③ (좌변)

$$= (A - C) \cup (B - C)$$

$$= (A \cap C^c) \cup (B \cap C^c) \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

$$= (A \cup B) \cap C^c$$

$$= (A \cup B) - C \quad (\text{우변}) \quad (\because \text{분배법칙과 차집합의 성질})$$

④ 좌변

$$= (A \cup C) - (B \cup C)$$

$$= (A \cup C) \cap (B \cup C)^c \quad (\because \text{차집합의 성질})$$

$$= [A \cap (B \cup C)^c] \cup [C \cap (B \cup C)^c] \quad (\because \text{분배법칙})$$

$$= [A \cap (B \cup C)^c] \cup [C \cap (B^c \cap C^c)] \quad (\because \text{드 모르간의 법칙})$$

$$= [A \cap (B \cup C)^c] \cup \emptyset$$

$$= A \cap (B \cup C)^c$$

$$= A - (B \cup C) \quad (\text{우변})$$

⑤ 좌변

$$= A - (B - C) = A \cap (B \cap C^c)^c$$

$$= A \cap (B^c \cup C) \quad (\because \text{차집합의 성질과 드 모르간의 법칙})$$

$$= (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$$

$$= (A - B) \cup (A \cap C) \neq \text{우변} \rightarrow \text{모두를 벤다이어그램을 그려서 비교할 수 있다.}$$

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 소수를 n 개 포함하는 집합의 개수를 x_n 이라 할 때, $x_1 + x_2 + x_3$ 의 값을 구하면?

① 26

② 27

③ 28

④ 29

⑤ 30

해설

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 소수는 2, 3, 5

소수 1개 포함하는 부분집합: $2^2 \times 3 = 12$

소수 2개 포함하는 부분집합: $2^2 \times 3 = 12$

소수 3개 포함하는 부분집합: $2^2 = 4$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 = 28$$

해설

구하는 것은 적어도 소수 1개를 원소로 하는 부분집합의 개수와 같다.

$$\therefore 2^5 - 2^2 = 28$$

29. 집합 $A_k = \{x | x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A_2 \cap A_4 \cap A_{16} = A_{16}$

② $A_3 \cup A_6 \cup A_9 = A_3$

③ $A_4 \cup A_{12} = A_4$

④ $A_6 \cup A_{12} = A_6$

⑤ $A_9 \cap A_{18} = A_9$

해설

⑤ $A_9 \cap A_{18} = A_{18}$

30. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = U, A \cap B = \phi$ 이고, 집합 A, B 의 원소의 총합을 각각 $f(A), f(B)$ 라 할 때, $f(A) \cdot f(B)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 110

해설

$$f(A) + f(B) = f(U) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

$$\begin{aligned} f(A) \cdot f(B) &= f(A)\{21 - f(A)\} = -\{f(A)\}^2 + 21f(A) = \\ &= -\left\{f(A) - \frac{21}{2}\right\}^2 + \frac{441}{4} \end{aligned}$$

그런데 $f(A)$ 는 자연수이므로 $\frac{21}{2}$ 에

가까운 정수에서 최댓값을 가진다.

따라서, $f(A) = 10$ 또는 11 일 때 최댓값은 $-10^2 + 21 \times 10 = 110$