1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = -a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$ ③ $-\sqrt{a^2} = a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$ ⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

① $(\sqrt{a})^2 = a$
③ $-\sqrt{a^2} = -a$
④ $\sqrt{(-a)^2} = a$
⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

2. $4\sqrt{12} \times \frac{3}{2}\sqrt{3}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$4\sqrt{12} \times \frac{3}{2}\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \times \frac{3}{2} \times \sqrt{3} = 4 \times 3 \times 3 = 36$

3. 다음 보기 중 주어진 수를 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 바꾼 것이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$	㉡ $-\sqrt{200}=-2\sqrt{10}$
㉢ $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$	㉣ $\sqrt{125}=5\sqrt{3}$
㉤ $\sqrt{72}=6\sqrt{3}$	㉥ $\sqrt{28}=2\sqrt{7}$
㉦ $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$	㉧ $-\sqrt{45}=-3\sqrt{5}$

① ㉠, ㉣, ㉤ ② ㉠, ㉤, ㉦ ③ ㉡, ㉢, ㉣
④ ㉡, ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤, ㉦

해설

㉡ $-\sqrt{200}=-10\sqrt{2}$
㉣ $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$
㉤ $\sqrt{72}=6\sqrt{2}$
따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉣, ㉤이다.

4. 다음 수를 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 두 번째로 작은 수를 고르면?

① $\sqrt{2}$ ② -0.5 ③ $1-\sqrt{2}$

④ $2+\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{2}=1.4\times\times\cdots$

② -0.5

③ $1-\sqrt{2}=1-1.4\times\times\cdots=-0.4\times\times\cdots$

④ $2+\sqrt{2}=3.4\times\times\cdots$

⑤ $1+\sqrt{2}=2.4\times\times\cdots$

$\therefore$ ② $<$ ③ $<$ ① $<$ ⑤ $<$ ④

5. $\sqrt{9x}+\sqrt{48y}$ 가 가장 작은 자연수가 되게 하는 자연수 x 와 y 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x+y=4$

해설

$\sqrt{9x}+\sqrt{48y}=\sqrt{3^2x}+\sqrt{2^4\times 3\times y}$

$x=1,\ y=3$

$\therefore\ x+y=4$

6. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 35$

해설

$9 < \sqrt{2x+30} < 12$

$2x + 30 = 10^2 = 100,\ x = 35$

$2x + 30 = 11^2 = 121,\ x = 45.5$

7. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.

② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.

③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.

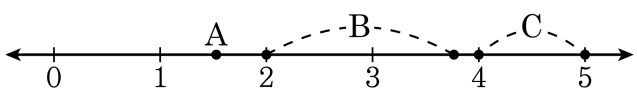
④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

8. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.

㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.

㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)

㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼편에 위치한다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.

9. $\sqrt{27}+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\sqrt{6}\right)-\sqrt{18}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=-1$

해설

$\sqrt{27}+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\sqrt{6}\right)-\sqrt{18}$

$=3\sqrt{3}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$=-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$\therefore a=-3, b=2$

따라서 $a+b=-3+2=-1$ 이다.

10. 다음은 주어진 제곱근표를 보고 제곱근의 값을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

수	0	1	2	3	4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940

① $\sqrt{0.2} = 0.4472$

② $\sqrt{210} = 14.49$

③ $\sqrt{220} = 14.83$

④ $\sqrt{0.23} = 47.96$

⑤ $\sqrt{0.0024} = 0.04899$

해설

④ $\sqrt{0.23} = \dfrac{\sqrt{23}}{10} = 0.4796$

11. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ 일 때, 이를 이용하여 $\sqrt{0.008}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0.08944 또는 $\frac{50}{559}$

해설

$$\sqrt{0.008} = \sqrt{\frac{8}{1000}} = \sqrt{\frac{80}{10000}} = \frac{4\sqrt{5}}{100}$$
$$= \frac{4}{100} \times 2.236 = 0.08944$$

12. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a, $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a+2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$
$\therefore\ a = -1$
$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3\times 12} = 6\times 6 = 36 = (\pm 6)^2$
$\therefore\ b = +6$
$3a+2b = 3\times(-1)+2\times 6 = -3+12 = 9$

13. $\dfrac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$의 값은?

① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$a = \dfrac{\sqrt{4^2}}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$, $b = -\sqrt{(-6)^2} = -6$, $c = \sqrt{(-2)^2} = 2$

$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \dfrac{1}{2}$

$= 288 + 3 = 291$

14. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$ ② $-2a$ ③ a ④ $\sqrt{2a}$ ⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$

$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$

15. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M, 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$

$60-2a = 0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a = 36$ 일 때, a 는 최소

$M = \dfrac{60}{2} = 30,\ m = \dfrac{60-36}{2} = 12$

$M-2m = 30-2\times 12 = 6$

16. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$　　㉡ x　　㉢ $\sqrt{x}$

㉣ $-\frac{1}{x}$　　㉤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

17. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로
제곱하면 $4 < n < 25$ ····· ㉠
㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5,\ 6,\ \cdots\cdots,\ 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 $9,\ 16$ 은 $\sqrt{9} = 3,\ \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

18. 다음 중 $\dfrac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ ③ $\dfrac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

④ $\dfrac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2}-\sqrt{3}=A$ 라 하면

$$\frac{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{1+(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$$

$$=\frac{1-A}{1+A}=\frac{(1-A)^2}{(1+A)(1-A)}=\frac{A^2-2A+1}{1-A^2}$$

$$=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-2(\sqrt{2}-\sqrt{3})+1}{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$$

$$=\frac{(2-2\sqrt{6}+3)-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+1}{1-(2-2\sqrt{6}+3)}$$

$$=\frac{6-2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}-4}$$

$$=\frac{(6-2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2\sqrt{6}+4)}{(2\sqrt{6}-4)(2\sqrt{6}+4)}$$

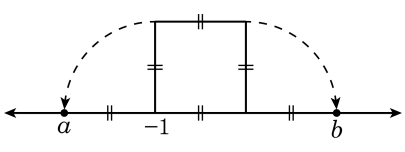
$$=\frac{12\sqrt{6}+24-24-8\sqrt{6}-4\sqrt{12}-8\sqrt{2}}{24-16}$$

$$+\frac{4\sqrt{18}+8\sqrt{3}}{24-16}$$

$$=\frac{4\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{8}$$

$$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

19. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3 인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.

② b 에 대응하는 실수는 $-1+2\sqrt{3}$ 이다.

③ $\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.

④ a 에 대응하는 실수는 $-1-\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$a=-1-\sqrt{3}$, $b=-1+2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{-1+2\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})\right\}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$$

20. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$7 < \sqrt{3n} < 9$

$49 < 3n < 81$

$\frac{49}{3} < n < 27$

$\therefore\ a = 26\ ,\ b = 17$

21. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고
작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.
한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이 이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로
$r = 3\sqrt{2}$

22. 넓이가 8π인 원의 반지름을 한 변으로 하는 정사각형이 있다. 이 정사각형의 대각선의 길이를 반지름으로 하는 원의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16π

해설

넓이가 8π 이므로 원의 반지름의 길이를 r라 하면
$\pi r^2 = 8\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{2}$
한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$인 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$이다.
따라서 반지름의 길이가 4인 원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi$이다.

23. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$의 값이 자연수가 되는 n을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$S(n) = \left(\sqrt{2}-1\right) + \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right) + \ldots + \left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right) = \sqrt{n+1}-1$

① $n = 8$일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

24. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x-2\sqrt{2}y=-2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x=\frac{17}{7}\sqrt{3},\ y=\frac{18}{7}\sqrt{2}$　② $x=\frac{18}{7}\sqrt{2},\ y=\frac{17}{7}\sqrt{3}$

③ $x=\frac{17}{7}\sqrt{2},\ y=\frac{18}{7}\sqrt{3}$　④ $x=\frac{18}{7}\sqrt{3},\ y=\frac{17}{7}\sqrt{2}$

⑤ $x=\frac{17}{7}\sqrt{3},\ y=\frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$\begin{cases} \sqrt{2}x+\sqrt{3}y=5\sqrt{6}\cdots㉠ \\ \sqrt{3}x-2\sqrt{2}y=-2\cdots㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2\sqrt{2}+$㉡$\times\sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rr} & 4x+2\sqrt{6}y=20\sqrt{3} \\ +) & 3x-2\sqrt{6}y=-2\sqrt{3} \\ \hline & 7x\qquad\quad =18\sqrt{3} \end{array}$$

$\therefore x=\frac{18}{7}\sqrt{3}$

㉡에 $x=\frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$\frac{54}{7}-2\sqrt{2}y=-2,\ \sqrt{2}y=\frac{34}{7}$

$y=\frac{17}{7}\sqrt{2}$

25. a 가 두 자리 자연수일 때, $\frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2}$ 의 정수부분이 3 이 되도록 하는 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 21 개

해설

$3 \le \frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2} < 4$ 에서 양변에 $\sqrt{a}-2$ ($\because$ $\sqrt{a}-2>0$) 를 곱하면

$3(\sqrt{a}-2) \le \sqrt{a}+8 < 4(\sqrt{a}-2)$

$3\sqrt{a}-6 \le \sqrt{a}+8$ 에서 $\sqrt{a} \le 7$ 이므로 $a \le 49$

$\sqrt{a}+8 < 4\sqrt{a}-8$ 에서 $-3\sqrt{a} < -16$, $\sqrt{a} > \frac{16}{3}$ 이므로 $a > \frac{256}{9}$

즉, $\frac{256}{9} < a \le 49$ 에서 a 는 두 자리 자연수 이므로 $29, 30, \cdots, 49$ 이다.

따라서 a 의 개수는 21 개이다.