

1. 다항식  $2x^3 + x^2 + 3x$ 를  $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ①  $x - 1$                       ②  $x$                       ③  $1$   
④  $x + 3$                       ⑤  $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 :  $2x + 1$ , 나머지 :  $x - 1$

2. 등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$  이  $x$ 에 관한 항등식일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \dots\dots ①$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \dots\dots ②$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \dots\dots ③$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

$$\text{두 식을 연립하면 } b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

3.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때,  $-3(m+n)$ 의 값은?

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 14      ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x) \end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

4.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니,  $(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다. 이 때,  $a, b, c$ 를 순서대로 쓴 것은?

- ① -1, 0, 1      ② -1, 1, 2      ③ -2, -1, 1  
④ -1, -1, -2      ⑤ -1, 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x+y)(x-y) - 2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2) \\ \therefore a &= -1, b = -1, c = -2\end{aligned}$$

5.  $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$  를 계산하여라.

①  $x^2 + 1$

②  $x^2 - 1$

③  $x^2 + 2$

④  $x^2 - 2$

⑤  $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

6. 다음 중 다항식  $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $x - 3$

②  $x + 3$

③  $x^2 + 1$

④  $x^2 + 9$

⑤  $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

⑤  $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

7. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

$$\text{㉤ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

8.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x+1)(y+1)(z+1)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(y+1)(z+1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

9.  $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

①  $a^3 + b^3$

②  $a^6 + b^6$

③  $a^6 - b^6$

④  $a^9 + b^9$

⑤  $a^9 - b^9$

해설

(준 식)  $= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$

10.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

- ①  $-6$     ②  $-4$     ③  $-2$     ④  $0$     ⑤  $2$

**해설**

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

11. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

- ① 144    ② 196    ③ 288    ④ 308    ⑤ 496

해설

세 모서리를  $x, y, z$ 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots ①$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots ② \text{이고}$$

겉넓이는  $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$①, ② \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

12. 다항식  $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가  $x + 2$ 로 나누어 떨어질 때,  $2a - b$ 의 값은?

- ① 28      ② 12      ③ 6      ④ -4      ⑤ -12

해설

준식을  $f(x)$ 라 하면  $f(-2) = 0$ 이므로  
 $-16 + 12 - 2a + b = 0$ 에서  $2a - b = -4$

13.  $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$  의 값을  $a$  라 할 때,  $\frac{a+1}{a-1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

14.  $a + b + c = 4$ ,  $ab + bc + ca = 3$ ,  $abc = 1$  일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{위 식에 따라 } a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

15. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$ ,  $P(0) = 0$ 을 만족한다.  
2차 이하의 다항식  $P(x)$ 의 계수의 합은?

- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
④ 3                      ⑤ 무수히 많다.

**해설**

$P(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면  
 $P(0) = 0$ 에서  $c = 0 \therefore P(x) = ax^2 + bx$   
 $P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$ 이므로  
 $a(x^2+1)^2 + b(x^2+1) = (ax^2+bx)^2 + 1$   
 $ax^4 + 2ax^2 + a + bx^2 + b = a^2x^4 + 2abx^3 + b^2x^2 + 1$   
양변의 계수를 비교하면  
 $a = a^2, 2ab = 0, 2a + b = b^2, a + b = 1$   
 $a^2 = a$ 와  $a + b = 1$ 에서  
 $(a, b) = (0, 1), (1, 0)$ 이 되는데  
이 중  $(1, 0)$ 은  $2a + b = b^2$ 을 만족하지 않으므로  $(a, b) = (0, 1)$   
즉,  $P(x) = x$ 뿐이다.  
 $\therefore$  계수의 합은 1

**해설**

$P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$ 에서  $x = 0$ 을 대입하면  
 $P(1) = \{P(0)\}^2 + 1$ 이 된다.  
 $P(1) = 1$ ( $\therefore$  모든 계수의 합은  $x = 1$  대입)

16. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

17. 두 다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여  $f(x)+g(x)$ 를  $x^2+x+1$ 으로 나누면 나머지가 9,  $f(x)-g(x)$ 를  $x^2+x+1$ 로 나누면 나머지가 -3이다. 이 때,  $f(x)$ 를  $x^2+x+1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + x + 1)Q_1(x) + 9 \dots\dots\textcircled{1}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + x + 1)Q_2(x) - 3 \dots\dots\textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + x + 1) \{Q_1(x) + Q_2(x)\} + 6$$

$$f(x) = (x^2 + x + 1) \frac{Q_1(x) + Q_2(x)}{2} + 3$$

$\therefore$  나머지는 3

18. 세 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $[x, y, z] = xy^2 - y^2z$ 라 하자.  $x - y = 2$ ,  $xy - yz - zx = 1$ 이라 할 때,  $[y, x, z] + [z, y, x]$ 의 값은?

- ① 0      ② -2      ③ 2      ④ -4      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} [y, x, z] &= yx^2 - x^2z, [z, y, x] = zy^2 - y^2x \\ [y, x, z] + [z, y, x] &= yx^2 - x^2z + zy^2 - y^2x \\ &= xy(x - y) - z(x^2 - y^2) \\ &= (x - y)(xy - yz - zx) \\ &= 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$

19. 다항식  $f(x)$ 를 두 일차식  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x^2-3x+2$ 로 나눌 때 나머지는?

- ①  $x+3$                       ②  $-x+3$                       ③  $x-3$   
④  $-x-3$                       ⑤  $-x+1$

해설

$f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로  
 $f(1) = 2, f(2) = 1$ , 구하는 나머지를  $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각  $x=1$ ,  $x=2$ 를 대입하면  
 $f(1) = a+b=2$ ,  $f(2) = 2a+b=1$   
두 식을 연립하여 구하면  $a=-1, b=3$   
 $\therefore$  구하는 나머지는  $-x+3$

20. 다항식  $f(x)$ 를  $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫이  $Q(x)$ , 나머지가 1이고, 또  $Q(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-2$ 이다.  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$f(x) = (x-3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지는  $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2-3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$