

1. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수는?

① 31

② 33

③ 35

④ 37

⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

2. 다항식 $x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 나눌 때, 나머지가 $3x + 4$ 가 되도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$x^3 + ax - 8$ 을 $x^2 + 4x + b$ 로 직접나눈 나머지는

$$(a - b + 16)x + 4b - 8$$

$$(a - b + 16)x + 4b - 8 = 3x + 4 \cdots \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a - b + 16 = 3, 4b - 8 = 4$$

$$\therefore a = -10, b = 3$$

$$\therefore a + b = -7$$

해설

$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + p) + 3x + 4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a = -10, b = 3, p = -4$ 를 구해도 된다.

3. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

4. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9개

② 12개

③ 16개

④ 24개

⑤ 32개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3+1)(3+1) = 16$$

5. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

6. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

7. 이차방정식 $x^2 + (a + 1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근을 β, β^2 이라 할 때,
 $a + \beta + \beta^2$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

두 근의 합은 $\beta + \beta^2 = -a - 1$ 이므로

$$a + \beta + \beta^2 = a - a - 1 = -1$$

8. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

10. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 의 모든 실근의 합은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 를 전개하면

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 30 = 0$$

$x = 5$ 를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

5		1	-6	11	-30
			5	-5	30
		1	-1	6	0

$$(x-5)(x^2 - x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

11. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

12. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

① $1 - \sqrt{2}, 2$

② $-1 + \sqrt{2}, -3$

③ $1 - \sqrt{2}, 3$

④ $1 - \sqrt{2}, -3$

⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.

삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로

$$\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \quad \alpha = 3$$

$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

13. x 에 대한 부등식 $(a+b)x + a - 2b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(b-3a)x + a + 2b > 0$ 의 해는?

① $x < -10$

② $x < -5$

③ $x > -5$

④ $x < 5$

⑤ $x > 5$

해설

$$(a+b)x + a - 2b > 0 \text{에서 } (a+b)x > -a + 2b \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\textcircled{㉠} \text{의 해가 } x < 1 \text{ 이려면 } a + b < 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{이 양변을 } a+b \text{로 나누면 } x < \frac{-a+2b}{a+b} \text{ 이므로}$$

$$\frac{-a+2b}{a+b} = 1, \quad -a+2b = a+b$$

$$\therefore 2a = b \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } a + 2a = 3a < 0 \therefore a < 0$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 부등식 } (b-3a)x + a + 2b > 0 \text{에 대입하면}$$

$$(2a-3a)x + a + 4a > 0, \quad -ax > -5a \therefore x > 5$$

14. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4 > 0$ 이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m 의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하기 위해서는

$$m \geq -2$$

$$D/4 = (m+2)^2 - 4(m+2) < 0 \text{ 이므로}$$

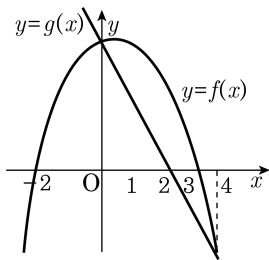
$$m^2 + 4m + 4 - 4m - 8 = m^2 - 4 < 0$$

따라서 $-2 \leq m < 2$ 이므로

만족하는 정수 m 의 개수는

$-2, -1, 0, 1$ 의 4개

15. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
 ③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
 ⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
 함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
 위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
 구하는 해는 $0 < x < 4$

16. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32} - 1$

② $2^{32} + 1$

③ $2^{31} - 1$

④ $2^{31} + 1$

⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 식은 성립하므로

$$P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= \vdots$$

$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$

$$= 2^{32} - 1$$

17. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$$

$$= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19} \text{로 놓으면}$$

계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한 결과와 같으므로 항등식의 성질에서

$$(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$$

18. 복소수 z 가 $z + \frac{1}{z} = 2i$ 를 만족할 때, $z^4 + \frac{1}{z^4}$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 8

③ 20

④ 32

⑤ 34

해설

$$\left(z + \frac{1}{z}\right) = 2i, \left(z + \frac{1}{z}\right)^2 = -4$$

$$z^2 + \frac{1}{z^2} + 2 = -4, z^2 + \frac{1}{z^2} = -6$$

$$\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right)^2 = 36, z^4 + \frac{1}{z^4} = 36 - 2 = 34$$

19. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 1$ 의 그래프는 x 축과 만나고, 이차함수 $y = -x^2 + kx + 2k$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다. 이때, 정수 k 의 개수는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

이차함수 $y = x^2 + 2kx + 1$ 의 그래프는
 x 축과 만나므로

$x^2 + 2kx + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 할 때,

$$\frac{D_1}{4} = k^2 - 1 \geq 0, (k+1)(k-1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -1 \text{ 또는 } k \geq 1 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

또, 이차함수 $y = -x^2 + kx + 2k$ 의 그래프는
 x 축과 만나지 않으므로

$-x^2 + kx + 2k = 0$ 의 판별식을 D_2 라 할 때,

$$D_2 = k^2 + 8k < 0, k(k+8) < 0$$

$$\therefore -8 < k < 0 \cdots \textcircled{\Delta}$$

①, ②의 공통범위를 구하면 $-8 < k \leq -1$

따라서 정수 k 는 $-7, -6, \dots, -2, -1$ 의 7개이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 1$ 일 때 최대이고 최댓값은 16 이다.
 또, 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A, B 라고 할 때, $\overline{AB} = 8$ 이다.
 이 때, $|a| + |b| + |c|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 1$ 일 때

최대이고 최댓값은 16 이므로

$$y = ax^2 + bx + c = a(x-1)^2 + 16 = ax^2 - 2ax + a + 16 \quad (a < 0)$$

$$\therefore b = -2a, \quad c = a + 16 \quad (a < 0) \dots\dots\dots \textcircled{7}$$

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면

$$\overline{AB} = |\beta - \alpha| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} \dots\dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7} \text{을 } \textcircled{8} \text{에 대입하면 } \frac{\sqrt{4a^2 - 4a(a+16)}}{-a} = 8$$

$$\therefore \sqrt{-64a} = -8a \text{ 양변을 제곱하면}$$

$$-64a = 64a^2, \quad a^2 = -a, \quad a(a+1) = 0$$

그런데 $a < 0$ 이므로 $a = -1$

$$\therefore b = -2a = 2, \quad c = a + 16 = 15$$

$$\therefore |a| + |b| + |c| = 18$$

21. x, y 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$$

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$$

$$= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3$$

$$= -(x - 1)^2 - (y - 2)^2 + 8$$

x, y 는 실수이므로 $(x - 1)^2 \geq 0, (y - 2)^2 \geq 0$

따라서 $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$ 은

$x - 1 = 0, y - 2 = 0$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

22. $\begin{cases} x^2 - (y+1)^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ 의 해가 $x = \alpha$, $y = \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?

① -10

② -7

③ -3

④ 0

⑤ 5

해설

$$\begin{cases} x^2 - (y+1)^2 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 25 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡식 $x^2 = 25 - y^2$ 을

㉠식에 대입하면

$$25 - y^2 - (y+1)^2 = 0$$

$$25 - y^2 - (y^2 + 2y + 1) = 0$$

$$-2y^2 - 2y + 24 = 0, y^2 + y - 12 = 0,$$

$$(y+4)(y-3) = 0,$$

$$\therefore y = -4, 3$$

$$\text{i) } y = -4, x = \pm 3$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 3 - 4 = -1, -3 - 4 = -7$$

$$\text{ii) } y = 3, x = \pm 4$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 4 + 3 = 7, -4 + 3 = -1$$

23. 방정식 $2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 의 곱 xy 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$(x + y)^2 + (x - 2)^2 = 0$$

$$x, y \text{가 실수이므로 } x + y = 0, x - 2 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = -2$$

$$\therefore xy = -4$$

24. 부등식 $|x| + |x-2| \leq 3$ 을 풀면 $m \leq x \leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x - x + 2 - 3 \leq 0$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때

$$x - x + 2 \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq x < 2$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2x - 2 \leq 3$$

$$2x \leq 5$$

$$\therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}, m+n=2$$

25. 연립이차부등식
$$\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$$
 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록

a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

$$\therefore 0 \leq x \leq 5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$$\therefore x < -1, x > a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 동시에 만족하는 해가

$2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.

