

1. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

2. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\&= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

3. $\frac{a}{1-i} + \frac{b}{1+i} = 5$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하면?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\frac{a(1+i)}{2} + \frac{b(1-i)}{2} = 5$$

$$a(1+i) + b(1-i) = 10,$$

$$(a+b) + (a-b)i = 10$$

$$a+b = 10, a-b = 0$$

$$2a = 10, a = 5, b = 5, ab = 25$$

4. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이

허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$

$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

5. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?
- ① 6km ② 9km ③ 12km
- ④ 15km ⑤ 18km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X 라 하면

A(0), B(6), C(9), X(x)
A마을과 X마을 사이의 거리는
C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로
 $|x - 0| = 2|x - 9|$
곧, $|x| = 2|x - 9|$
 $\therefore 2(x - 9) = \pm x$
 $\therefore x = 6$ 또는 $x = 18$
여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.
따라서 $x = 18$
이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

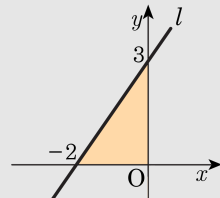
6. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

7. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{1}$$

$ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 $\textcircled{1}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

8. 두 점 A(-5, 1), B(3, 7) 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

A(-5, 1) B(3, 7) 이 지름의 양끝이므로

$\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.

중점

$$M = \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{1+7}{2} \right) = (-1, 4) = (a, b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5+1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore a + b + r = -1 + 4 + 5 = 8$$

9. 방정식 $x^2 + y^2 + kx - 2y + 10 = 0$ 이 원을 나타낼 때, k 의 범위를 구하면?

① $-4 < k < 5$

② $k < -4$ 또는 $k > 5$

③ $-6 < k < 6$

④ $k < -6$ 또는 $k > 6$

⑤ $-4 < k < 6$

해설

$$\text{준 식 : } \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{k^2}{4} - 9$$

$$\text{중심이 } \left(-\frac{k}{2}, 1\right),$$

$$\text{반지름이 } \sqrt{\frac{k^2}{4} - 9} \text{ 인 원이 되려면}$$

$$\frac{k^2}{4} - 9 > 0$$

$$\therefore k^2 - 36 > 0$$

$$\therefore (k + 6)(k - 6) > 0$$

$$\therefore k < -6 \text{ 또는 } k > 6$$

10. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)\{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

11. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

12. $16x^4 - 625y^4$ 을 옳게 인수분해한 것은?

① $(x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

② $(2x + y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

③ $(2x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

④ $(x + 5y)(x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

⑤ $(2x + 5y)(x - y)(4x^2 + 25y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (4x^2)^2 - (25y^2)^2 \\ &= (4x^2 + 25y^2)(4x^2 - 25y^2) \\ &= (2x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)\end{aligned}$$

13. 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$ 을 간단히 하여 $a + bi$ 의 꼴로 나타낼 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\ &= (\sqrt{-3} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{-2}) - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\ &= \sqrt{-6} \times \sqrt{-6} - \sqrt{-2} - \sqrt{-2} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{2}i - \sqrt{2}i = -6 - 2\sqrt{2}i \\ \therefore ab &= 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

14. 세 점 A(3, 0), B(0, 4), C(-1, 2) 에 대하여 점C 에서 직선AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

해설

직선 AB 의 방정식은 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ 이다.

$$\therefore 4x + 3y - 12 = 0$$

$$\therefore \overline{CH} = \frac{|4 \times (-1) + 3 \times 2 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-4 + 6 - 12|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2$$

15. x 축에 접하고 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나는 원 중, 반지름의 크기가 큰 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x-3)^2+(y-12)^2=169$
- ② $x^2+(y-5)^2=169$
- ③ $x^2+(y-5)^2=25$
- ④ $(x-8)^2+(y-13)^2=169$
- ⑤ $(x-8)^2+(y-13)^2=25$

해설

구하는 원의 중심을 (a, b) 라고 하면
 x 축에 접하는 원의 방정식은
 $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$
이 원이 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나므로
 $(3-a)^2+(1-b)^2=b^2 \dots\dots \textcircled{1}$
 $(-4-a)^2+(8-b)^2=b^2 \dots\dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 에서
 $b=a+5 \dots\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $a^2-8a=a(a-8)=0 \therefore a=0$ 또는 $a=8$
 $\textcircled{3}$ 에서 $a=0$ 일 때 $b=5$, $a=8$ 일 때 $b=13$
따라서 구하는 원의 방정식은
 $x^2+(y-5)^2=5^2$ 또는
 $(x-8)^2+(y-13)^2=13^2$

16. 두 점 A(3, 0), B(-2, 0) 에서의 거리의 비가 2 : 3 인 점 P 의 자취의 넓이는?

① 9π ② 16π ③ 25π ④ 36π ⑤ 49π

해설

점 P 의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$$

즉 $4\overline{PB}^2 = 9\overline{PA}^2$ 이므로

$$4\{(x+2)^2 + y^2\} = 9\{(x-3)^2 + y^2\}$$

$$x^2 + y^2 - 14x + 13 = 0$$

$$\therefore (x-7)^2 + y^2 = 36$$

따라서 점 P 는 중심이 (7, 0) 이고,

반지름의 길이가 6 인 원 위를 움직이므로

구하는 자취의 넓이는 $\pi \cdot 6^2 = 36\pi$

17. 모든 실수 x 에 대하여 $x^{10} + 1 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{10}(x-1)^{10}$ 이 성립할 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 513

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{1}$$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면

$$2^{10} + 1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{2}$$

① + ②에 의해

$$2^{10} + 2 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10})$$

$$\therefore (a_0 + a_2 + \cdots + a_{10}) = 2^9 + 1 = 513$$

18. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^4 - 3x^3 + 3x - 2$ 의 값은?

① $2 + \sqrt{3}i$

② $2 - \sqrt{3}i$

③ $3 + \sqrt{3}i$

④ $-3 + \sqrt{3}i$

⑤ $3 - \sqrt{3}i$

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, 2x = 1 + \sqrt{3}i, 2x - 1 = \sqrt{3}i$$

$$4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$x^4 - 3x^3 + 3x - 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나누면

$$x^4 - 3x^3 + 3x - 2$$

$$= (x^2 - x + 1)(x^2 - 2x - 3) + 2x + 1$$

$$= 0 + 2x + 1$$

$$= 2 \times \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + 1$$

$$= 2 + \sqrt{3}i$$

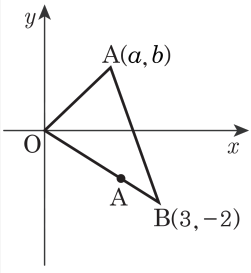
19. 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(3, -2)$ 가 있다. 이 때,

$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a - 3)^2 + (b + 2)^2}$ 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

해설

$\sqrt{a^2 + b^2}$ 은 $\overline{OA}$ 의 길이이고
 $\sqrt{(a - 3)^2 + (b + 2)^2}$ 은 $\overline{AB}$ 의 길이이다.
따라서 준식은 세 점 O , A , B 가 이 순서로 일직선상에 있을 때 최소가 되며 이 때 $\overline{OA} + \overline{AB} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OA} + \overline{AB}$ 의 최솟값은
 $\overline{OB} = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$ 이다.



20. 좌표평면 위의 두 점 A(-2, 5), B(6, -3)을 잇는 선분 AB를 $t : (1-t)$ 로 내분하는 점이 제 1사분면에 있을 때, t 의 값의 범위는? (단, $0 < t < 1$)

① $\frac{1}{8} < t < \frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{2} < t < \frac{7}{8}$

② $\frac{1}{4} < t < \frac{5}{8}$
⑤ $\frac{5}{8} < t < 1$

③ $\frac{3}{8} < t < \frac{3}{4}$

해설

선분 AB를 $t : (1-t)$ 로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{t \cdot 6 + (1-t) \cdot (-2)}{t + (1-t)}, \frac{t \cdot (-3) + (1-t) \cdot 5}{t + (1-t)} \right) = (8t - 2, 5 - 8t)$$

이 점이 제 1사분면에 있기 위해서는

$$8t - 2 > 0, 5 - 8t > 0$$

$$\therefore \frac{1}{4} < t < \frac{5}{8}$$

21. $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 6$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 의
 최댓값은?
- ㉠ $3 + 2\sqrt{2}$ ㉡ $2 + \sqrt{3}$ ㉢ $3\sqrt{3}$
 ㉣ 6 ㉤ $6 + 2\sqrt{3}$

해설

$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 6$ 은 중심이 $(3, 3)$,
반지름이 $\sqrt{6}$ 인 원이고
 $P(x, y)$ 에 대하여
 $\frac{y}{x}$ 의 최댓값은 $\frac{y}{x} = k, y = kx$ 이므로
 $\overline{OP}$ 의 기울기의 최댓값이다.
 $y = kx$ 라 두고 원에 접하는 경우로 계산
하면
 $kx - y = 0$ 에서 중심 $(3, 3)$ 까지의 거리가
원의 반지름 $\sqrt{6}$ 과 같다.
 $\frac{|3k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{6}, k^2 - 6k + 1 = 0$
 $k = 3 \pm 2\sqrt{2}$ 이므로, 최댓값은 $3 + 2\sqrt{2}$ 이다.

22. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 점 $P(x_1, y_1)$ 에서 접하는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최솟값을 구하여라. (단, P 는 제1 사분면 위의 점이고, O 는 원점이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x_1 y_1 > 0$ 이고 넓이는 $\frac{25}{2x_1 y_1}$ 이므로

$x_1 y_1$ 이 최대가 될 때 넓이는 최소가 된다.

그런데 $x_1^2 + y_1^2 = 5$ 이고 $x_1 > 0, y_1 > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{x_1^2 + y_1^2}{2} \geq \sqrt{x_1^2 \cdot y_1^2} = x_1 y_1, x_1 y_1 \leq \frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{x_1 y_1} \geq \frac{2}{5}$$

$$\therefore \frac{25}{2x_1 y_1} \geq \frac{25}{2} \cdot \frac{2}{5} = 5 \text{ (단, 등호는 } x_1 = y_1 \text{ 일 때 성립)}$$

따라서, 구하는 넓이의 최솟값은 5

23. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{50}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

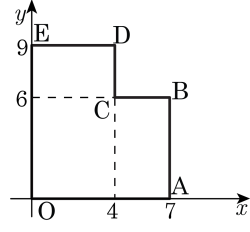
▷ 정답 : -2

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \quad \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50} \\ &= (-i)^{50} + (i)^{50} \\ &= (-i)^2 + (i)^2 \\ &= -2\end{aligned}$$

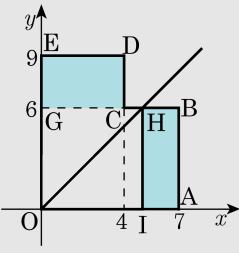
24. 원점을 지나고 그림과 같은 도형 OABCDE의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은? (단, 도형의 각 변은 x 축, 또는 y 축과 평행하다.)



- ① $y = \frac{3}{5}x$
- ② $y = \frac{27}{10}x$
- ③ $y = \frac{6}{5}x$
- ④ $y = \frac{6}{7}x$
- ⑤ $y = \frac{5}{7}x$

해설

그림에서 □CDEG의 넓이는 12이다.
따라서 넓이가 12인 사각형 □ABHI를 잡으면
점 H좌표는 (5, 6)이다.
그러므로 구하는 직선은 □OIHG의 넓이를 이등분하면 되므로
 $\therefore y = \frac{6}{5}x$



25. 다음 중 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에 접하고 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $x + \sqrt{3}y = 1$ ② $\sqrt{3}x + y = 1$ ③ $x - \sqrt{3}y = -1$

④ $\sqrt{3}x - y = -3$ ⑤ $x + y = 2$

해설

원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하기 위해서는 중심 $(1,0)$ 을 지나야 한다.
곧, $(1,0)$ 을 지나는 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 의 접선을 구하면 된다.
기울기를 m 이라 두면, 구하는 직선은

$$y = m(x-1), mx - y - m = 0$$

중심 $(-1,0)$ 에서 이 직선에 이르는 거리가 반지름 1과 같으면 된다.

$$\frac{|-m-m|}{\sqrt{m^2+1}} = 1$$

$$\therefore m = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

대입하여 정리하면,

$$x + \sqrt{3}y = 1 \text{ 또는 } x - \sqrt{3}y = 1$$