

1. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

2. 등식 $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i} = -5$ 를 만족하는 두 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 식의 양변에 $(1+i)(1-i)$ 를 곱하면

$$a(1-i) + b(1+i) = -10, (a+b) + (b-a)i = -10$$

$$\therefore a+b = -10, b-a = 0$$

3. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

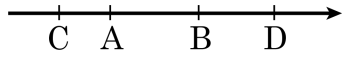
해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

4. 다음 빈칸에 알맞은 부등호를 써 넣어라.



m, n 이 양수라고 할 때, 선분 AB 를 $m : n$ 으로 외분하는 점은

- i) m () n 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,
 ii) m () n 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : >

▶ 정답 : <

해설

외분점을 P 라고 하면

$$\overline{AP} : \overline{PB} = m : n \text{ 이므로}$$

$m > n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{BD}$ 위에 있고,

$m < n$ 일 때 반직선 $\overrightarrow{AC}$ 위에 있다.

5. 일차함수 $y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고, y 절편이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① 0

② 3

③ 6

④ -6

⑤ -3

해설

$y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가
 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가
 45° 이므로
 $a - 2 = \tan 45^\circ = 1$ 에서 $a = 3$
또, y 절편이 5 이므로
 $b + 2 = 5$ 에서 $b = 3$
 $\therefore a + b = 6$

6. 두 직선 $y = x + 1, y = -2x + 4$ 의 교점과 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ ② $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ③ $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

$y = x + 1 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$
 $y = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$ 에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
 $(x - y + 1) + k(2x + y - 4) = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $(-1 - 3 + 1) + k \cdot \{2 \cdot (-1) + 3 - 4\} = 0$
 $\therefore k = -1$
따라서, $k = -1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

7. 세 점 $(-1, 1)$, $(2, 2)$, $(6, 0)$ 을 지나는 원의 중심의 좌표는?

① $(2, 3)$

② $(-2, 3)$

③ $(2, -3)$

④ $(-2, -3)$

⑤ $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

해설

세 점 $(-1, 1)$, $(2, 2)$, $(6, 0)$ 을 지나는 원의 방정식을

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 이라 하면

이 원이 세점을 지나므로

$$(-1)^2 + 1^2 - a + b + c = 0$$

$$\therefore a - b - c = 2 \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$2^2 + 2^2 + 2a + 2b + c = 0$$

$$\therefore 2a + 2b + c = -8 \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$$6^2 + 6a + c = 0$$

$$\therefore 6a + c = -36 \cdots \cdots \textcircled{C}$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$a = -4, b = 6, c = -12$$

즉, $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ 이므로

표준형으로 나타내면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

따라서, 원의 중심의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.

8. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

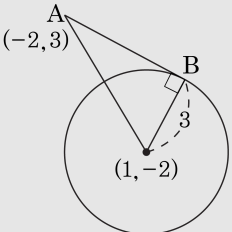
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로

$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



9. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 $(1, \sqrt{3})$ 에 접하는 접선의 방정식은?

- ① $x + \sqrt{2}y = 4$ ② $x + \sqrt{3}y = 4$ ③ $\sqrt{2}x + y = 4$
④ $\sqrt{3}x + y = 4$ ⑤ $x - \sqrt{3} = 4$

해설

$(1, \sqrt{3})$ 이 원 위의 점이므로

$$1 \cdot x + \sqrt{3} \cdot y = 4$$

$$\therefore x + \sqrt{3}y = 4$$

10. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ① $2x^3 - 18x - 10$
- ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
- ③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$
- ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
- ⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

11. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

12. $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 - x + 2)(x - 3)(x + 1)$

② $(x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$

③ $(x^2 + x + 1)(x - 2)(x + 3)$

④ $(x^2 - x + 2)(x + 3)(x - 1)$

⑤ $(x^2 - x + 1)(x + 2)(x - 3)$

해설

$A = x^2 - x$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A + 1) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2)$$

$$\therefore, (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

13. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이 되도록 유리수 p, q 를 정할 때, $p + q$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이고
 p, q 가 유리수이면 남은 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
두 근의 합 $-p = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$
 $\therefore p = -4$
두 근의 곱 $q = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$
 $\therefore p + q = -4 + 1 = -3$

14. 세 점 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 구하면?

- ① O(1, -2)
- ② O(2, 2)
- ③ O(2, -2)
- ④ O(2, -1)
- ⑤ O(1, -1)

해설

외심의 좌표를 $O(a, b)$ 라 하면

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 즉, $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로

$(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a + 1)^2 + (b - 2)^2$

$\therefore 7a - b = 16 \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉠}}$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, 즉 $\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2$ 이므로

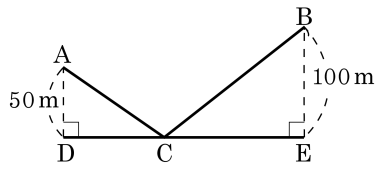
$(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a - 2)^2 + (b - 3)^2$

$\therefore 2a - b = 6 \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉡}}$

$\textcircled{\tiny{㉠}}, \textcircled{\tiny{㉡}}$ 에서 $a = 2, b = -2$

$\therefore O(2, -2)$

15. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{DE}$ 가 지나는 곳으로부터 각각 50 m, 100 m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200 m일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.

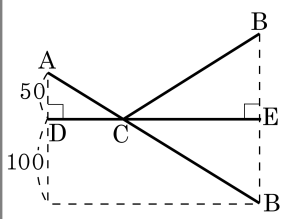


▶ 답 : m

▷ 정답 : 250 m

해설

B를 $\overline{DE}$ 에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면
 $\overline{BC} = \overline{CB'}$ 이므로
 $\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'}$
 따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은
 $\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$



16. 점 A(4, 0)과 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점을 이은 선분의 중점의 자취의 넓이는?

- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{2}$
- ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{\pi}{4}$
- ⑤ π

해설

$x^2 + y^2 = 4$ 위의 점을 $P(a, b)$ 라 하면
 $A(4, 0), P(a, b)$ 의 중점의 좌표 $M(x, y)$ 는
 $M\left(\frac{a+4}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 이다.
 $\therefore x = \frac{a+4}{2}, y = \frac{b}{2}$
 $\therefore a = 2x - 4, b = 2y$
이 때, 점 P 는 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점이므로 $a^2 + b^2 = 4$ 가 성립한다.
 $(2x - 4)^2 + (2y)^2 = 4, (x - 2)^2 + y^2 = 1$
따라서 구하는 중점의 자취는 중심이 (2, 0) ,
반지름의 길이가 1인 원이므로
원이 넓이 S 는 $S = \pi \cdot 1^2 = \pi$

17. 등식 $(1 + 2x - x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20}$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{18} + a_{20}$ 의 값은?

① -2^{10} ② -2^9 ③ 0 ④ 2^9 ⑤ 2^{10}

해설

$$(1 + 2x - x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20} \cdots \textcircled{A}$$

①은 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 실수 값을 대입해도 항상 성립한다.

①의 양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{19} + a_{20} \cdots \textcircled{B}$$

①의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-2)^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{19} + a_{20} \cdots \textcircled{C}$$

① + ③을 하면

$$2^{10} + (-2)^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{20})$$

$$2 \times 2^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{20})$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{18} + a_{20} = 2^{10}$$

18. $a - b = 1 + i, b - c = 1 - i$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 의 값은?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

$a - b = 1 + i \cdots \cdots \textcircled{A}$

$b - c = 1 - i \cdots \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 을 계산하면 $a - c = 2$

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

$= \frac{1}{2}((a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2)$

$= \frac{1}{2}((1 + i)^2 + (1 - i)^2 + (-2)^2)$

$= \frac{1}{2}(1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 + 4)$

$= 2$

19. $z^2 = \sqrt{5} + i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$z = x + yi$ (x, y 는 실수)로 놓으면 $(x + yi)^2 = \sqrt{5} + i$
 $x^2 - y^2 + 2xyi = \sqrt{5} + i$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $x^2 - y^2 = \sqrt{5}, 2xy = 1$
 $z\bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$ 이므로
 $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2 = (\sqrt{5})^2 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6$
 $x^2 + y^2 > 0$ 이므로 $x^2 + y^2 = \sqrt{6}$
 $\therefore z\bar{z} = \sqrt{6}$

해설

$z^2 = \sqrt{5} + i, \bar{z}^2 = \sqrt{5} - i$
 $z^2\bar{z}^2 = (\sqrt{5} + i)(\sqrt{5} - i) = 6$
 $z\bar{z} = \pm\sqrt{6}$
 $z\bar{z} \geq 0$ 이므로 $z\bar{z} = \sqrt{6}$

20. 이차방정식 $x^2 + kx + 3k - 11 = 0$ 의 두 근의 차가 최소가 되도록 실수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 + kx + 3k - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = -k, \alpha\beta = 3k - 11$
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $= k^2 - 12k + 44 = (k - 6)^2 + 8$
따라서 $k = 6$ 일 때 $(\alpha - \beta)^2$ 는 최소

해설

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$ 이므로
 $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{k^2 - 12k + 44}}{1}$
 $\therefore k^2 - 12k + 44$ 가 최소이려면 $k = 6$

21. y 축 위의 한 점 P 로부터 두 직선 $x-y+3=0$, $x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P 의 좌표는?

① $(1, -2)$

② $(-1, 2)$

③ $(0, 2)$

④ $(0, 1)$

⑤ $(0, -2)$

해설

y 축 위의 한 점을 $P(0, y)$ 라 하면 직선

$x-y+3=0$ 과 점 P 사이의 거리는

$$d_1 = \frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}$$

직선 $x-y-1=0$

과 점 P 사이의 거리는

$$d_2 = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로

$$\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}} = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$-8y = -8 \therefore y = 1$$

$$\therefore P(0, 1)$$

22. 두 정점 A(-1, 0), B(2, 0) 으로부터 거리의 비가 1 : 2 인 점 P 에 대하여 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $\triangle PAB$ 의 넓이의 최댓값은 3 이다.
- ㉡ $\angle PBA$ 의 최대 크기는 60° 이다.
- ㉢ 점 P 의 자취의 길이는 4π 이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

두 정점 A(-1, 0), B(2, 0) 으로부터 거리의 비가 1 : 2 인 점 P 의 자취는 (0,0) 과 (-4,0) 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다. 따라서 이 원은 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 로 나타낼 수 있다.
삼각형 밑변의 길이가 정해져있으므로 높이가 최대일 때 삼각형의 넓이도 최대가 된다.
따라서 원의 반지름인 2 가 높이일 때의 넓이인 3 이 최댓값이다.
 $\angle PBA$ 의 최대 크기는 점 P 가 원에 접할 때이므로 $\sin(\angle PBA) = \frac{2}{2 - (-2)} = \frac{1}{2}$ 에서 $\angle PBA = 30^\circ$
점 P 의 자취의 방정식은 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 이므로 둘레의 길이는 4π 이다

23. x 의 다항식 $f(x)$ 가 임의의 실수 u, v 에 대하여 $f(u)f(v) = f(u+v) + f(u-v)$ 가 성립할 때, $f(3)$ 의 값은? (단, $f(1) = 1$ 이라고 한다.)

① -1

② 2

③ -2

④ 1

⑤ 5

해설

$f(u)f(v) = f(u+v) + f(u-v)$ 가

u, v 에 대한 항등식이므로

$u = 1, v = 0$ 일 때도 이 등식이 성립한다.

$$\therefore f(1)f(0) = f(1) + f(1)$$

$$f(1) = 1 \text{ 이므로 } f(0) = 2$$

또, $u = v = 1$ 일 때는

$$f(1)f(1) = f(2) + f(0) \quad \therefore f(2) = -1$$

$$\therefore f(3) = f(2+1) = f(2)f(1) - f(2-1)$$

$$= f(2)f(1) - f(1) = -1 - 1$$

$$= -2$$

24. 네 점 A(a, 2), B(3, 1), C(2, -3), D(b, -2)를 꼭짓점으로 하는 □ABCD가 마름모가 되게 하는 실수 a, b에 대하여 a + b의 값은?
(단, a > 0)

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

마름모는 평행사변형이므로
 $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치한다.
즉, $\left(\frac{a+2}{2}, \frac{2+(-3)}{2}\right) = \left(\frac{3+b}{2}, \frac{1+(-2)}{2}\right)$ 에서 $\frac{a+2}{2} = \frac{b+3}{2}$
 $\therefore a - b = 1 \dots \textcircled{1}$
이 때, 평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가
같아야 한다. 즉, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이어야 하므로
 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 에서
 $(3-a)^2 + (1-2)^2 = (2-3)^2 + (-3-1)^2$
 $a^2 - 6a + 10 = 17, a^2 - 6a - 7 = 0$
 $(a-7)(a+1) = 0$
 $\therefore a = 7 (\because a > 0)$
이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = 6$
 $\therefore a + b = 13$

25. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y + 2 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $d(k)$ 라 할 때, $d(k)$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$x - y + 2 + k(x + y) = 0$ 을 정리하면

$(1 + k)x + (k - 1)y + 2 = 0$

원점에서 이 직선까지의 거리 $d(k)$ 는

$$d(k) = \frac{|2|}{\sqrt{(1+k)^2 + (k-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2k^2 + 2}}$$

따라서 $d(k)$ 는 분모 $\sqrt{2k^2 + 2}$ 가 최소일 때,

즉 $k = 0$ 일 때 최대가 되므로 $d(k)$ 의

최대값은 $\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$