

1. 다음 두 다항식 A , B 에 대하여 $A - B$ 를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy, \quad B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

① $5x^2 - 2xy + 3y^2$

② $5x^2 - xy - 3y^2$

③ $5x^2 + xy + 3y^2$

④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$

⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

2. 점 (1, 2) 를 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

점 (1, 2) 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로
 $\therefore x = 1$

3. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

4. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

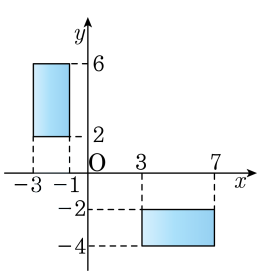
▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(1+ai)^2 &= 2i \text{ 에서 } (1-a^2) + 2ai = 2i \\ \text{복소수의 상등에서 } 1-a^2 &= 0, 2a = 2 \\ \therefore a &= 1 \\ \therefore (1+ai)(1-ai) &= (1+i)(1-i) \\ &= 1 - (-1) \\ &= 2\end{aligned}$$

5. 다음 그림의 좌표평면 위에서 두 직사각형의 넓이를 모두 이등분하는 직선의 기울기는?

- ① $-\frac{3}{2}$
 ② -1
 ③ $-\frac{3}{4}$
- ④ $-\frac{7}{8}$
 ⑤ $-\frac{1}{2}$



해설

직사각형의 넓이는 두 대각선의 교점을 지나는 직선에 의하여 이등분된다.

따라서, 두 대각선의 교점의 좌표는 각각 A(-2, 4), B(5, -3) 이므로

직선 AB의 기울기는 $\frac{-3-4}{5-(-2)} = -1$

6. 두 직선 $x + y = 1$, $ax + 2y + a + 2 = 0$ 이 제 1 사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x + y = 1 \cdots \textcircled{1}$
 $ax + 2y + a + 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 2 : (a - 2)x + a + 4 = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{a + 4}{2 - a}$
 $\Rightarrow y = 1 - x = \frac{2a + 2}{a - 2}$
 $\therefore$ 교점 : $\left(\frac{a + 4}{2 - a}, \frac{2a + 2}{a - 2} \right)$
교점이 제 1 사분면에 있으므로
 $\frac{a + 4}{2 - a} > 0, \frac{2a + 2}{a - 2} > 0$
두 식의 양변에 $(a - 2)^2$ 을 곱하면
 $(a - 2)(a + 4) < 0, 2(a + 1)(a - 2) > 0$
 $\Rightarrow -4 < a < 2, a < -1 \text{ or } a > 2$
 $\therefore -4 < a < -1$
 $\therefore$ 정수인 a 의 개수는 $-3, -2$ 즉 2개

7. 점 P(1, 2) 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

(PH 의 길이)
= (점 P(1, 2) 와 직선 $2x + y - 3 = 0$ 과의 거리)

$$\therefore \overline{PH} = \frac{|2 + 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

8. 직선 $x + 3y - k = 0$ 이 원 $(x - 5)^2 + y^2 = 3$ 의 넓이를 이등분할 때, k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

따라서 원의 중심 (5, 0)이 직선 위에 있으므로 $5 - k = 0$

$\therefore k = 5$

9. $(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 512

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4 = ax^{22} + bx^{21} + \cdots + c$
위의 식에 $x = 1$ 을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.
 $\therefore$ (계수의 총합) $= 2^5 \times (-2)^4 = 512$

10. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}x^2+x &= A \text{로 치환하면} \\(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24 \\&= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24 \\&= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\&= (A-2)(A-12)+24 \\&= A^2-14A+48=(A-6)(A-8) \\&= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\&= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \\\therefore a+b+c-d &= -2+3+1-(-8)=10\end{aligned}$$

11. 다음 <보기> 중 다항식 $x^4 - 7x^2 + 9$ 을 인수분해 할 때, 그 인수로
알맞은 것을 모두 고르면?

<보기>

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $x^2 - 1$

$\textcircled{\text{㉡}}$ $x^2 - x - 1$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $x^2 - x - 3$

$\textcircled{\text{㉣}}$ $x^2 + x - 3$

- ① $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$

② $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$

③ $\textcircled{\text{㉢}}$, $\textcircled{\text{㉣}}$
- ④ $\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉣}}$

⑤ $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$, $\textcircled{\text{㉣}}$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 7x^2 + 9 &= x^4 - 6x^2 + 9 - x^2 \\ &= (x^2 - 3)^2 - x^2 \\ &= (x^2 - x - 3)(x^2 + x - 3) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{인수 : } (x^2 - x - 3), (x^2 + x - 3)$$

12. 복소수 $a^2(1+i) + a(3+2i) + 2$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$(\text{준식}) = (a^2 + 3a + 2) + (a^2 + 2a)i \Rightarrow \text{순허수}$$

$$\text{즉, } a^2 + 3a + 2 = 0$$

$$a^2 + 2a \neq 0 \text{ 이므로 } \therefore a = -1$$

13. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $mx^2 + 2(a-b-m)x - a + m + 1 = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 하는 실수 a, b 의 값은?

① $a = -1, b = 0$

② $a = -1, b = -1$

③ $a = 0, b = 1$

④ $a = 1, b = 1$

⑤ $a = 1, b = 2$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때,

$m \neq 0$ 이고, 중근을 가지려면

$D = 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = (a - b - m)^2 - m(-a + m + 1)$$

$$a^2 + b^2 - 2ab + 2bm - am - m = 0$$

이 때, 이 등식이 m 의 값에 관계없이

항상 성립해야 하므로

m 에 대하여 정리하면

$$(2b - a - 1)m + (a - b)^2 = 0$$

$$2b - a - 1 = 0, (a - b)^2 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1$$

14. 이차방정식 $x^2 - 14kx + 96k = 0$ 의 두 근의 비가 3 : 4일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

두 근을 3α , 4α 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여
 $3\alpha + 4\alpha = 14k \cdots \cdots \text{㉠}$
 $3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \cdots \cdots \text{㉡}$
 ㉠ 에서 $7\alpha = 14k \therefore \alpha = 2k \cdots \cdots \text{㉢}$
 ㉡ 에서 $12\alpha^2 = 96k \therefore \alpha^2 = 8k \cdots \cdots \text{㉣}$
 ㉢ 을 ㉣ 에 대입하면 $4k^2 = 8k$, $4k(k - 2) = 0$
 $\therefore k = 0$ 또는 $k = 2$
따라서 양수 k 의 값은 $k = 2$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 크다. 이 때, 실수 a 의 값의 범위를 정하면?

- ① $2 \leq a < \frac{5}{2}$
- ② $2 \leq a \leq \frac{5}{2}$
- ③ $2 < a < \frac{5}{2}$
- ④ $2 \leq a < 3$
- ⑤ $2 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 라고 하면

(i) $f(1) > 0 \Rightarrow a < \frac{5}{2}$

(ii) 두근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - 4 \geq 0$$

$a \leq -2$ 또는 $a \geq 2$

(iii) 그래프의 축이 $x = 1$ 의 오른쪽에 있어야하므로

$a > 1$

(i), (ii), (iii)에 의해 $2 \leq a < \frac{5}{2}$

16. 두 점 A(-4, 2), B(1, 5)에서 같은 거리에 있고, y축 위에 있는 점 P의 좌표는?

① P(0, -2)

② P(0, -1)

③ P(0, 1)

④ P(0, 2)

⑤ P(0, $\frac{5}{2}$)

해설

점 P의 좌표를 P(0, b)라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 에서

$$(-4-0)^2 + (2-b)^2 = (1-0)^2 + (5-b)^2$$

$$b^2 - 4b + 20 = b^2 - 10b + 26$$

$$6b = 6$$

$$\therefore b = 1$$

따라서 점 P의 좌표는 P(0, 1)이다.

17. 두 점 A(1, 1), B(4, 3)에 대하여 점 P가 x축 위의 점 일때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

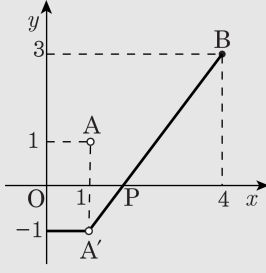
- ① 5 ② $2\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 A (1, 1)을 x축에 대해 대칭이동시킨 A'(1, -1)과 B (4, 3)을 잇는 선분의 길이와 같다.

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B}$ 이므로

$$\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{25} = 5$$



18. 두 점 $A(-1, -2)$, $B(3, 1)$ 에 대하여 점 A 의 방향으로 그은 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 $3\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 가 되게 하는 점 C 의 좌표를 구하면?

- ① $C\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$ ② $C\left(-2, -\frac{5}{2}\right)$ ③ $C(-2, -3)$
 ④ $C\left(-3, -\frac{5}{2}\right)$ ⑤ $C\left(-3, -\frac{7}{2}\right)$

해설

$3\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$
 이므로, 다음 그림에서 점 A 는 $\overline{CB}$ 를 $1 : 2$ 로 내분하는 점이다.

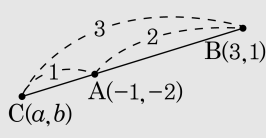
이 때, 점 C 의 좌표를 $C(a, b)$ 라 하면

$$A\left(\frac{1 \cdot 3 + 2a}{1 + 2}, \frac{1 \cdot 1 + 2b}{1 + 2}\right) \text{ 이므로}$$

$$\frac{3 + 2a}{3} = -1 \text{ 에서 } a = -3$$

$$\frac{1 + 2b}{3} = -2 \text{ 에서 } b = -\frac{7}{2}$$

따라서 점 C 의 좌표는 $C\left(-3, -\frac{7}{2}\right)$ 이다.



19. 두 원 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$), $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 가 외접할 때, r 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 원 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$), $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 의 중심
사이의 거리 $d = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$
두 원이 외접하면 $r + 2 = 5$ 이므로 $r = 3$

20. 직선 $3x + 4y + a = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 19 개

해설

직선이 원과 서로 다른 두 점에서 만나려면
원의 중심에서 직선까지의 거리(d) 보다
원의 반지름 (r) 이 크다.

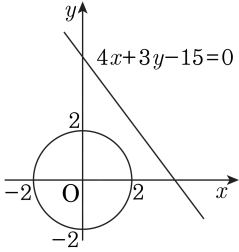
$$d = \frac{|3 \times 0 + 4 \times 0 + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|a|}{5} < 2 = r$$

$$\frac{|a|}{5} < 2, |a| < 10, -10 < a < 10$$

$a = -9, -8, -7, -6, \dots, 6, 7, 8, 9 \therefore 19 \text{ 개}$

21. 다음 그림과 같이 원점이 중심이고 반지름의 길이가 2 인 원이 있다. 직선 $4x+3y-15=0$ 위의 한 점 P 에서 이 원까지의 최단거리는 ?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

직선 위의 한 점 P 에서 원까지의 최단거리는 원점에서 직선까지의 거리에서 원의 반지름의 길이를 뺀 것이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 (최단거리)} &= \frac{|0+0-15|}{\sqrt{4^2+3^2}} - 2 \\ &= \frac{15}{5} - 2 = 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

22. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + 2$, $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식 $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때, $f(1)$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} f(x) = (x - \alpha)Q(x) - 2 \cdots \textcircled{1} \\ xf(x) = (x - \alpha)Q'(x) - 2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times x = \textcircled{2}$ 에서

$$\begin{aligned} xf(x) &= (x - \alpha)Q(x) - 2x \\ &= (x - \alpha)Q(x) - 2(x - \alpha) - 2\alpha \\ &= (x - \alpha)\{Q(x) - 2\} - 2\alpha \end{aligned}$$

$$\therefore -2\alpha = -2$$

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)Q(x) - 2$$

$$\therefore f(1) = -2$$

해설

$f(x) + 2$, $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식 $x - \alpha$ 로 나누어떨어지므로

$$f(\alpha) + 2 = 0 \therefore f(\alpha) = -2 \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha f(\alpha) + 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $\alpha = 1$

$$\therefore f(1) = f(\alpha) = -2(\because \textcircled{1})$$

23. 두 실수 a, b 에 대하여 $[a, b] = a^2 - b^2$ 라 할 때, $[x^2, x-1] + [2x+1, 3] + [0, 1]$ 을 인수분해하면 $(x-a)(x^3+x^2+bx+c)$ 이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & [x^2, x-1] + [2x+1, 3] + [0, 1] \\ &= x^4 - (x-1)^2 + (2x+1)^2 - 9 + 0 - 1 \\ &= x^4 - x^2 + 2x - 1 + 4x^2 + 4x + 1 - 10 \\ &= x^4 + 3x^2 + 6x - 10 \\ &= (x-1)(x^3 + x^2 + 4x + 10) \\ &= (x-a)(x^3 + x^2 + bx + c) \\ &\text{따라서, } a=1, b=4, c=10 \text{ 이므로} \\ &a+b+c=15 \end{aligned}$$

24. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ㉠ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

㉡ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

㉢ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉤ $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

- ㉠ $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면
 $\alpha = \bar{\beta}$ 이므로 $\beta = a - bi$
 $\therefore \alpha + \beta = (a + bi) + (a - bi) = 2a$
 $\alpha\beta = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$
 $\therefore \alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 실수이다.

㉡ :㉠에서 $\alpha\beta = a^2 + b^2 = 0, a, b$ 는
실수이므로 $a = 0, b = 0$ 즉, $\alpha = a + bi = 0$ 이다.

㉢ : (반례) $\alpha = i, \beta = 1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = i^2 + 1^2 = 0$

㉤ : (반례) $\alpha = 1, \beta = i$
 $\therefore \alpha + \beta i = 0$
 $\therefore$ ㉢, ㉤는 α, β 가 실수일 때만 성립한다.

25. 점 $P(a, b)$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위를 움직일 때, 점 $P(a, b)$, $Q(a, 0)$, $O(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 최대 넓이는?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

a, b 의 부호와 상관 없으므로

$a > 0, b > 0$ 이라 하면

$\triangle POQ$ 의 넓이 : $\frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2}ab$

P 가 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 이므로 $a^2 + b^2 = 1$

산술기하조건을 이용하면,

$$a^2 + b^2 \geq 2\sqrt{a^2 \times b^2} = 2ab$$

$$ab \leq \frac{1}{2}$$

$\therefore$ 넓이의 최댓값 : $\frac{1}{4}$