

1.  $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여, 항상  $ax+by=7$

이 성립할 때,  $a, b$ 의 값을 구하여라. ( $a, b$ 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -1$

▷ 정답:  $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

2.  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b, c$ 의 값을 정하면?

- ①  $a = 1, b = -1, c = 2$       ②  $a = -1, b = 1, c = -2$   
③  $a = 1, b = 1, c = 2$       ④  $a = -1, b = -1, c = -2$   
⑤  $a = 1, b = -1, c = -2$

**해설**

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

3. 다항식  $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을  $3x - 2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $13 = Q(1) + R$   
 $\therefore Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를  $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

4.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

5.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0      ② 16      ③ 32      ④ 64      ⑤ 1024

**해설**

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$

6.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때,  $-3(m+n)$ 의 값은?

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 14      ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x) \end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

7. 다항식  $f(x)$ 를 두 일차식  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x^2-3x+2$ 로 나눌 때 나머지는?

- ①  $x+3$                       ②  $-x+3$                       ③  $x-3$   
④  $-x-3$                       ⑤  $-x+1$

**해설**

$f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로  
 $f(1) = 2, f(2) = 1$ , 구하는 나머지를  $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각  $x=1$ ,  $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면  $a = -1, b = 3$

$\therefore$  구하는 나머지는  $-x+3$

8.  $x^3$ 의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 가  $x-1$ 을 인수로 갖고,  $x^2+2$ 로 나누었을 때의 나머지는  $x+5$ 이다. 이 때,  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지는?

① -1      ② 1      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

해설

$x^3$ 의 계수가 1이므로  
 $f(x) = (x^2+2)(x+\alpha) + x+5 \cdots \textcircled{1}$   
 $x-1$ 의 인수를 가지므로,  $f(1) = 0$   
 $\textcircled{1}$ 에 넣어 계산하면,  
 $f(1) = 3(1+\alpha) + 6 = 0, \alpha = -3$   
 $\therefore f(2) = (2^2+2)(2-3) + 2+5 = 1$

9. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고,  $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-4$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(2)$ 의 값은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q_1(x) + 5 \\ &= (x+2)Q_2(x) - 4 \\ &= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x) \end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$  라 하면

$f(1) = 5$ 이므로

$$R(1) = a + b = 5 \cdots ①$$

$f(-2) = -4$ 이므로

$$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots ②$$

①, ②에 의해  $a = 3, b = 2$ 이다.

$$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$$

10.  $x$ 의 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때,  $(x^2-x+3)f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10      ② 6      ③ 0      ④ 30      ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x)+R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

11. 다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$  에서  $f(x)$  를  $x^2 - 1$  로 나눈 나머지가 2이고  $g(x)$  를  $x^2 - 3x + 2$  로 나눈 나머지가  $2x + 1$  이다.  $2f(x) + 3g(x)$  를  $x - 1$  로 나눈 나머지는?

① 13      ② -13      ③ 16      ④ -16      ⑤ 26

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 1)Q_1(x) + 2, \\ \therefore f(1) &= 2 \\ g(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q_2(x) + 2x + 1, \\ \therefore g(1) &= 3 \\ 2f(x) + 3g(x) \text{ 를 } x - 1 \text{ 로 나눈 나머지는} \\ 2f(1) + 3g(1) &= 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13 \end{aligned}$$

12. 다항식  $f(x) = x^2 + ax + b$  에 대하여  $f(x) - 2$  는  $x - 1$  로 나누어 떨어지고,  $f(x) + 2$  는  $x + 1$  로 나누어떨어진다고 한다. 이 때,  $a - 2b$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(x) - 2$  는  $x - 1$  로 나누어떨어지므로

$$f(1) - 2 = 0 \therefore 1 + a + b - 2 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$f(x) + 2$  는  $x + 1$  로 나누어떨어지므로

$$f(-1) + 2 = 0 \therefore 1 - a + b + 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = -3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } a = 2, b = -1$$

$$\therefore a - 2b = 4$$

13.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다.  $a + b + c + d + k$ 의 값을 구하면?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & 33 \\ \hline & 1 & 4 & 11 & \underline{37} \end{array}$$

- ① 19      ② 20      ③ 21      ④ 22      ⑤ 23

**해설**

다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & a & -1 & b \\ & & 3 & 3a+9 & 9a+24 \\ \hline & 1 & a+3 & 3a+8 & \underline{9a+b+24} \end{array}$$

이때  $k = 3$ ,  $c = 3$ ,  $a + 3 = 4$ ,  $3a + 9 = d$ ,  $9a + b + 24 = 37$

이므로

$$k = 3, c = 3, a = 1, d = 12, b = 4$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d + k = 1 + 4 + 3 + 12 + 3 = 23$$

14.  $x^{113} + 1$ 을  $x^3 + x$ 로 나누었을 때, 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R(x)$ 라고 하자. 이때,  $R(2006)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2007

해설

$$\begin{aligned}x^{113} + 1 &= (x^3 + x)Q(x) + R(x) \\ &= x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c\end{aligned}$$

항등식이므로  $x = 0, x^2 = -1$ 을 각각 대입하면,

$$1 = c, \quad x + 1 = -a + bx + c$$

$$\therefore a = 0, \quad b = 1$$

$$\therefore R(x) = x + 1$$

$$\text{따라서 } R(2006) = 2007$$