

1. $\frac{2}{3}$ 에 대한 설명으로 가장 알맞은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수 ② 자연수가 아닌 정수
③ 자연수와 정수 ④ 정수
⑤ 무리수

해설

$\frac{2}{3}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.

2. 분수 $\frac{1}{5 \times a}$ 가 유한소수가 될 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?
(정답 3개)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어지면 유한소수이므로
4, 5가 a 값이면 $\frac{1}{5 \times a}$ 은 유한소수가 된다.

3. $x = \frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)이고 x 는 무한소수가 아니다. 다음 중 x 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

- ① $1.20\dot{4}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{4}{99}$ ⑤ 0.63

해설

x 는 분수로 나타낼 수 있는 수이므로 유리수이고, 무한소수가 아니므로 구하는 x 의 값은 유한소수이다.

4. 분수 $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 30 이하의 자연수일 때, a, b 의 값은?

① $a = 7, b = 10$

② $a = 21, b = 7$

③ $a = 14, b = 10$

④ $a = 21, b = 10$

⑤ $a = 10, b = 21$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이므로 $a = 3 \times 7 = 21, b = 2 \times 5 = 10$

$\therefore a = 21, b = 10$

5. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

6. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

$\therefore$ 8개

7. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$
분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2
2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$
∴ 10개

8. 분수 $\frac{9 \times a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수는?

① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 99

해설

$\frac{9 \times a}{180} = \frac{9 \times a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^2 \times 5}$ 이므로 a 는 어떤 수가 되도 유한 소수로 나타낼 수 있다.
따라서 가장 큰 두 자리의 정수는 99 이다.

9. 다음과 같은 규칙으로 수를 나열하였을 때, 25^{18} 과 크기가 같은 수는 몇 번 나오는지 구하여라.

1	2	3	4	...
1	2 ²	3 ²	4 ²	...
1	2 ³	3 ³	4 ³	...
1	2 ⁴	3 ⁴	4 ⁴	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

▶ **답:** 번

▶ 정답 : 9 번

해설

$$25^{18} = (5^2)^{18} = 5^{36}$$

으로 나타낼 수 있다.

자연수 m, n 에 대하여 $(5^m)^n = 5^{mn} = 5^{36}$ 일 때, $mn = 36$ 이 되는 순서쌍 (m, n) 은 36 의 약수의 개수만큼 나타난다.

따라서 $36 = 2^2 \times 3^2$ 에서 36 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로 25^{18} 과 크기가 같은 수는 모두 9 번 나온다.

10. $1 < x < 60$ 인 자연수 x 에 대하여, $\frac{5}{x}$ 가 무한소수일 때, 이를 만족하는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$\frac{5}{x}$ 가 유한소수가 되려면 $\frac{5}{2^a \times 5^b}$ 의 꼴이어야 하므로

$\frac{5}{2^a}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때의 5개

$\frac{5}{2^a \times 5}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1, 2, 3$ 일 때의 3개

$\frac{5}{2^a \times 5^2}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1$ 일 때의 1개

$\frac{5}{5^b}$ 의 꼴이 되는 분수는 $b = 1, 2$ 일 때의 2개

따라서 유한소수는 $5 + 3 + 1 + 2 = 11$ (개)이므로 유한소수가 아닌 무한소수의 개수는

$58 - 11 = 47$ (개)

11. 분수 $\frac{A}{30}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{1}{B}$ 이다. $10 < A < 20$ 일 때, B 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

기약분수로 나타냈을 때 분모에 2, 5 이외의 소인수가 있으면 안되므로 우선 30 을 소인수분해한다. $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로 우선 A 는 3 의 배수이어야 한다. 그리고 기약분수로 나타냈을 때 $\frac{1}{B}$ 이 되어야 하므로 A 는 $2 \times 3 \times 5$ 의 약수이어야 한다.

$10 < A < 20$ 범위에 있는 3 의 배수는 12, 15, 18 인데 이중에 $2 \times 3 \times 5$ 의 약수는 15 밖에 없다. 그러므로 $A = 15$ 이다.

$$\frac{15}{30} = \frac{1}{2} = \frac{1}{B}$$

$$\therefore B = 2$$